

MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, ET PARABOLICVM.

12

IN QVO PRÆCIPVE AGITVR DE CENTRIS
Grauitatis Hyperbola, partium eiusdem,

*Atque nonnullorum solidorum, de quibus nunquam Geometria locuta est.
Parabola nouiter quadratur dupliciter.*

Ducuntur infinitarum parabolarum tangentes.

*Assignantur maxima inscriptibilia, minimaque circumscriptibilia
Infinitis Parabolis, Conoidibus, ac semisusis parabolicis.*

Aliaque Geometrica noua exponuntur scitu digna.

AUTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS
V E N E T O,

*Ordinis Iesuatorum S. HIERONTMI, in Veneta
Prouincia Definitor Prouinciali.*

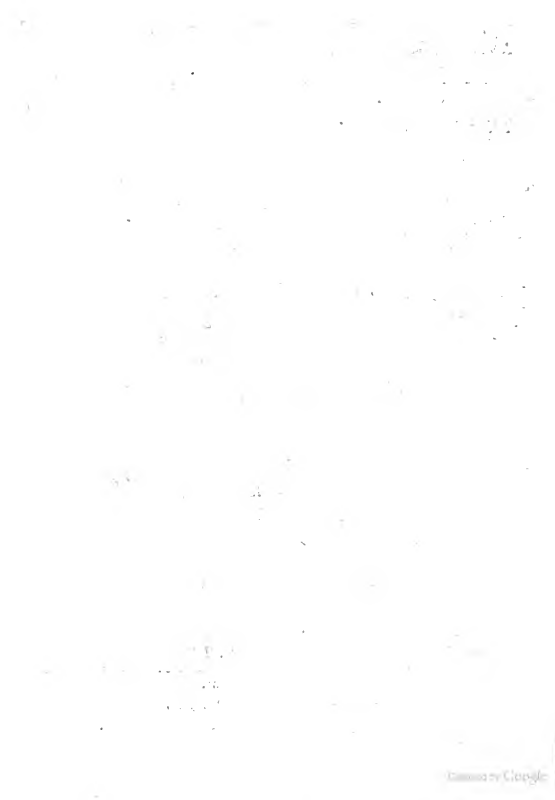
AD ILLVSTRISSIMOS, ET SAPIENTISSIMOS
SENATVS BONONIENSIS
QVINQVAGINTA VIROS.



V E N E T I I S, M. DC. LIX.

Apud Ioannem Baptistam Ferretum.

SUPERIORVM PERMISSV.





Illustrissimis, & Sapientissimis

BONONIENSIS SENATVS
QUINQVAGINTA VIRIS

Dominis Colendissimis.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS
Ord. Iesuatorum S. Hieronymi, ac in Prouincia
Veneta Prouincialis Definitor P.P.P.



E Virtutis est vis (Illustrissimi & Sapientissimi DD.), ac solertissima indoles, ut animum suauiter imbuat, disciplinisq; veluti temperamento peroptimo, iucundè componat, & instruat. Quod viuere est corpori, id menti præstat scire excellentius; namq; veluti Promethei inanis statua homo degeret, si à scientiarum radio feliciter non excitaretur ad vitam. Id docuit Apollinis lyra, quæ lapidem quorundam dulcisona fecit carmina reddentem vitales indidit auras, & voces, cum in reliquis grauitaret inanimis, atq; imò tenderet in centrum. Explicet prosperè plumas Dedalus, iungat humeris alas, se se libret in aera, casus fugiat crudelitatis deludens ingenium; animus verè tunc petit æthera, cum sapientia adiumento fulcitur, scientiarumq;

acumine euadit nuperus Phoenix, ut vires sumat ad tendenda sydera. Deniq; volitabit mens incunetanter ubi studij artificium acceperit, idq; robur mutuabit à scientia, quod ab Archyphæ cura retulit lignea olim columba, cui pennas fabrefacere ad volatum, opificis fors fuit, & elucubratio valdè diligens. Ita est; si uiuat corpus, at rude extet ingenium, minimè dicendum, quod uiuat homo, qui solum vè intelligat uiuit, opusq; intelligentiæ exercendo ab animantibus ceteris secernitur. Natura gressum dat pedibus ut circumcursent per orbem; verùm, ut mens euehatur, virtus est, quæ capiti iungit adminicula; ideo Mercurius Scientiarum Numen, & Præses, ceruicem, atq; plantas iurè implicat alis. Ergo si maxima debemus naturæ, cuius ope moritur uiuimus, potiora scientiæ inscribenda, quæ rectè, quæ sapienter, quæ utiliter, quæ decorè, quæ perenniter uiuimus. Illa nos incunabulis, veluti carceri fasciis adstrictos, addicit; hæc perennitati generosè fouet. Illa ab utero in ærumnosam uitam; hæc in gloriæ Capitolium educit. Illa lacte, quo saginamur infantes, ad corruptionem enutrit; hæc nos immortalitati parit, ac posthumos seruat. Illa demùm parentibus emancipat, & Patriæ; hæc quidquid sumus Lyceis, & præceptoribus inscribit; indoq; proficitur Achilles, plura debere Chyroni, qui ab animo ruditatem eliminauit, quam Thetys, quæ corpus dedit, Stygiiq; vndis lotum iæctibus exposuit in ffensum. Bononia Gloriosa studiorum Mater, quæ Athenarum reparat vetustatem, quæ scientiis gymnasia difertissima aperit, quæ Virtuti sola struit thronum, & domicilium, quæ postremò Mæcenates parat sapientibus, ad Matheſis me accendit Amorem, opportunitatem contulit, Archimedemq; exhibuit,

exhibuit, Excellentissimum nempe Bonaventuram Cavale-
 rium, qui Geometria gloriam perfecit, huiusce preclarissime
 Urbis auxit nitorem, leſuatorum cetum amplissime decora-
 vit, ut puriori Geometricarum dulcedinum lacte, luculenter
 nutrirer. Hausi, quæ nunquam ad saturitatem degustabo
 alimenta. Vestrum Filustrissimis, & Sapientissimis DD.
 urbanitati lenissima, quæ Præceptorem Cavalerium fovit im-
 pensè, iurè se statuit discipulus, quò fidenter deditissima Vo-
 bis hæc libet attramenta, quibus claritatem iungere, ut in-
 occidua splendeſcant, vestra Nobilitatis, & laudis, opus erit,
 ac facinus præstantissimum. Tenuis munusculi inopiam com-
 mendat quæ promitur obsequentissima vouentis deuotio; hæc
 me vobis valdè spondet deuinctum, hæc consulit, & iubet,
 ut tandem, forsàn cum ſnore, reddam, quæ iam Geometri-
 ca ab hoc Lyceo iucundissime ebibi rudimenta. Primitiarum
 titulis gloriantur hi labores, namq; centrum grauitatis hy-
 perbola me primò fuisse perſcrutatum profiteor. Vos hinc eli-
 go Numina, quibus equissime dicem, Vos operis optimè ſta-
 tuo Patronos. Ioannes della Faille, qui primus centrum gra-
 uitatis partium circuli, & Ellipsis est nactus, voluminis
 verticem Philippi Quarti Hispaniarum Potentissimi Regis,
 nomine, & maiestate coronauit. Quò gaudet communi ti-
 tulo, hæc opella, eò præclarissimis Viris se nouit fore ſacran-
 dam. Excipiat hæc vota, ideo à Vobis omnibus numeris
 maximis, cum exigua ſint, & penè minima, tuenda. Cate-
 rum ſi Palladis ortum ditauit irriguè pluens aurum, Vos pari-
 tèr Sapientissima Urbis Præsides, quiq; ideo Minervæ mu-
 nus impletis, Astra ditent, ac prosperè tribuant ad gloriam
 ſeneſcere. Valete.

LE



LECTORI BENEVOLO.



Lapso Mense Iulij exierunt è Typographi manibus quatuor nostri libri circa Infinitas Parabolas versantes. Subiectum equidem vetus, quum de ipso Caualerius antè annum 1640, in problemate vltimo centuriæ suorum problematum; & anno 1647. in exercitationibus geometricis; pertractauerit. Sed circa illud, non modica vel totaliter ab ipso intacta, vel proprijs medijs ostensa, & roborata, manifestauimus. Verum dum tertius illorum sub prælo esset, succurrit modus centra grauitatis hyperbolæ, eiusque partium indagandi, supposita tamen ipsarum quadratura. Ast tunc nostra intererat opus de infinitis parabolis quam primum absolvere; quapropter & in epistola ad lectorem, & in calce quarti libri polliciti sumus, & argumentum illud, & tractatum de infinitis spirabilibus, sequenti anno, explicare. Incepimus conscribere propositiones ad centrum grauitatis hyperbolæ attinentes; quando tot nouæ cognitiones geometri-

cæ

cæ occurrerunt, vt nos coegerint (nescimus quo facto) sententiam mutare, impullerintque Miscellaneum præsens citiùs edere, opusculum de infinitis spiritalibus ad aliud tempus reseruantes. Etenim nescimus an hoc primum futurum sit illorum, quæ forsan elaboraturi sumus. Modò namque phantasiam occupat argumentum quoddam leuiter ab eximio Torricellio tactum; circa quod, doctrinas tum in Miscellaneo præsentì, tum in opere de infinitis parabolis expostas, insequentes, arbitramur nobis licitum fore futurum explicare quamplurima noua, tam circa mensuram, quam circa centra grauitatis infinitorum solidorum, infinitisque modis variatorum. Accipe ergo, benignè Lector, in præsentiarum Miscellaneum hocce, in quo quas principaliter enucleauimus doctrinas, habes in eius fronte. Porro cupimus admoneri, nos in ipso aliqua indiuisibilibium methodo dumtaxat confirmasse. Namque illa omittendo, putabamus, non modicè ingenium tuum labefactare. Haud enim indiuisibilibium methodo roboratis assentiri, leuiterque circa regalem illum arguendi modum hæsitare, aliud procul dubio non indicat, quam eius vim, & energiam intimè, ac medulitùs minimè percipi. Perlege ergo sequentia si tibi placet, & Vale.

Noi

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo offeruato per fede del Padre Inquisitore non esserui, nel Libro di Materie Matematiche del Pad. F. Steffano Angeli dell' Ordine de Gesuati, cosa contraria alla Santa Fede, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Prencipi, è buoni costumi, permettemo, che possi essere stampato, douendo offeruarsi gl'Ordini, & esserne presentate due Copie, vna per la Libreria di Padoa, e l'altra di questa Città &c.

Dat. dal Magistr. nostro li 8. Ottobre 1659.

Nicolò Sagredo Cau. Proc. Ref.

Almante Angelo Donini Segr.



MISCELLANEVM HYPERBOLICVM, PARABOLICVMQVE.

ECVNDITAS trium propo-
sitionum initio tertij libri eorum,
quos de infinitis conscripsimus pa-
rabolis, explicatarum, luculenter ex
pronunciatis ijsdem in libris fuit
omnibus patefacta. Hæc autem
elucescet magis, magisque perlustrantibus in præ-
senti libro à nobis aperienda. Centra grauitatis cir-
culi, & Ellipsis, aliquarumque ipsorum partium ad
nostra tempora vsque incognita fuere. Nostro dum-
taxat seculo Ioannes della Failla, Guldinus, alijque
hæc detexere. Hæc & nos manifestauimus in 3. &
4. præcitatis libris, at methodo ab omnibus diuer-
sa. Ast hæc centra inquirerentur frustra nisi circuli
quadratura supponeretur. Semidiameter etenim ad
interceptam inter centrum circuli, & centrum gra-
uitatis sectoris eiusdem eam dicitur habere ratio-
nem, quæ inter partem circumferentiæ, rectamque
A lineam

lineam cadit. Ratio verò inter rectum, & curvum exprimenda, semota circuli quadratura, habetur nè forsitan? Nequaquam. Igitur prædicta centra minimè reperirentur, nisi circuli quadratura supponeretur. Tres in geometria extant insignes figuræ, quarum desideratur quadratura, Circulus, Ellipsis, ac Hyperbola. Circuli & Ellipsis, ac eorum partium (supposita talium figurarum quadratura) centra gravitatis reperta fuere; cur non etiam ipsius hyperbolæ? Centrum gravitatis hyperbolæ sub silentio relinquere quotquot de centro gravitatis figurarum, scripsere. Saltem nescimus aliquem de ipso verba fecisse. Imò Guldinus lib. pri. centrobarycæ in calce pag. 9. liberè pronunciat. *Deest hoc loco hyperbolæ, eiusque partium centri gravitatis inuestigatio.* Curabimus ergo nos, hoc centrum, seu potius hæc centra, manifestare, at non nisi hyperbolæ supposita quadratura; in primisque ostendemus in qua linea diametro parallela sit centrum gravitatis semihyperbolæ. Ast quoniam hoc inquiremus media ratione, quam habet cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum conoides; licet hanc nos docuerit Archimedes lib. de conoid. & sphæroid. proposit. 27. attamen & nos prius hanc assignabimus pluribus modis, inter seque diuersis, ac nunquam excogitatis; & hoc ed libentius, quia data occasione, aliqua nova geometrica exponemus. Sit ergo.

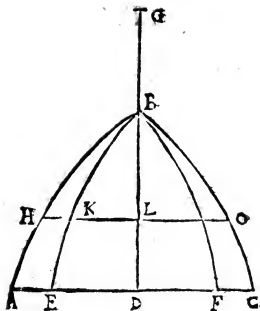
PRO-

PROPOSITIO PRIMA.

Si circa diametrum hyperbolæ sit etiam parabola ita diuidens basim hyperbolæ, ut quadratum semibasis, sit ad quadratum semibasis parabola, ut composita ex latere transuerso hyperbolæ, & ex diametro, ad transuersum latus. Tota parabola cadet intra hyperbolam.

TRes sequentes proposit. probantur ferè iisdem terminis à Luca Valerio in append. ad lib. 3. de cent. grauit. proposit. pri. & 2. Esto ergo hyperbola ABC, cuius latus transuersum GB, diameter BD, circa quam sit etiam parabola EBF, sic secans AC, ut quadratum AD, sit ad quadratum DE, ut DG, ad GB. Dico totam parabola EBF, cadere intra hyperbolam. Accipiat arbitrarie punctum L, per quod ducatur ordinatim applicata HKL. Quoniam ex proposit. 21. prim. conic. quadratum HL, est ad quadratum AD, ut rectangulum GLB, ad rectangulum GDB; & ex hypothesi, est quadratum AD, ad quadratum DE, ut DG, ad GB; nempe sumpta communi altitudine DB, ut rectangulum GDB, ad rectangulum GBD. Ergo ex æquali, erit quadratum HL, ad quadratum ED, ut rectangulum GLB, ad rectangulum GBD. Rursum; quoniam in parabola est ex proposit. 20. lib. cit. quadratum ED, ad quadratum KL, ut DB,

A 2 ad



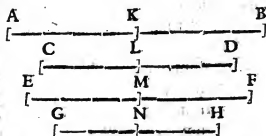
ad BL , nempe sumpta communi altitudine GB ,
 ut rectangulum DBG , ad rectangulum LBG .
 Ergo ex æquali, erit quadratum HL , ad quadra-
 tum KL , ut rectangulum GLB , ad rectangulum
 GBL . At rectangulum GLB , maius est rectan-
 gulo GBL . Ergo etiam quadratum HL , maius
 erit quadrato KL . Sed punctum L , sumptum est
 arbitrariè. Ergo omnes lineæ ordinatim applica-
 ræ in parabola erunt minores singulis ordinatim ap-
 plicatis in hyperbola. Quare patet propositum.

PRO.

PROPOSITIO II.

Si quatuor magnitudinum sit prima, ad secundam, ut tertia, ad quartam; sitque ablata pars prima ad ablatam partem secundam, ut ablata pars tertia ad ablatam partem quartam; et sint partes prima proportionales partibus secundae. Erit reliqua pars prima ad reliquam partem secundam, ut reliqua pars tertia ad reliquam partem quartam.

SIT ut prima
AB, ad se-
cundam CD, sic
tertia EF, ad
quartam GH;
sitque kB , ad
LD, ut MF, ad



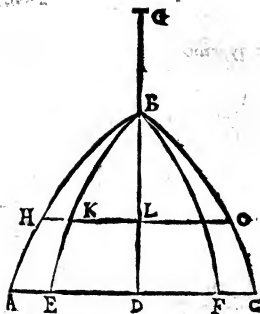
NH: pariter sit ut Ak , ad kB , sic EM, ad MF.
Dico etiam AK, esse ad CL, ut EM, ad GN.
Quoniam ex hypothesi componendo, est AB, ad
 Bk , ut EF, ad FM; & ut kB , ad LD, sic MF,
ad NH; ergo ex æquali, ut AB, ad LD, sic EF,
ad NH. At pariter est ut AB, ad totam CD, sic
EF, ad totam GH. Ergo & AB, erit ad reliquam
CL, ut EF, ad reliquam GN. Rursum, quoniam
conuertendo, est BK, ad kA , ut FM, ad ME.
Ergo componendo, & conuertendo, erit Ak , ad AB,
ut EM, ad EF. Erat autem ut AB, ad CL, sic EF, ad
GN.

GN. Ergo ex æquali, erit Ak, ad CL, vt EM, ad GN. Quod &c.

PROPOSITIO III.

Factis ijsdem quæ in prima proposuit, excessus quadratorum ordinatim applicatarum in hyperbola supra quadrata ordinatim applicatarum in parabola, erunt adinuicem, vt quadrata partium diametri interceptarum inter ipsas, & verticem figurarum.

IN eodem schemate, sint ordinatim applicatæ ad diametrum AEDC, HKLO. Dico excessum quadrati AD, supra quadratum ED, esse ad excessum quadrati HL, supra quadratum kL, vt quadratum DB, ad quadratum BL. Quoniam enim quadratum totum AD, est ad totum quadratum HL, vt totum rectangulum GDB, ad totum rectangulum GLB: & ablatum quadratum ED, probatum est esse ad ablatum quadratum KL, vt ablatum rectangulum DBG, ad ablatum rectangulum LBG: estque ablatum quadratum DE, ad reliquum rectangulum AEC, vt ablatum quadratum Lk, ad ablatum rectangulum HkO (quia cum ex hypothesi, sit quadratum AD, ad quadratum DE, vt DG, ad GB; nempe vt rectangulum GDB, ad rectangulum GBD; erit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE, ad rectangulum AEC, vt rectangulum



lum GBD , ad quadratum BD). Ergo ex pro-
 posit. anteced. erit & ut reliquum rectangulum
 AEC , ad reliquum rectangulum HkO , ut reli-
 quum quadratum DB , ad reliquum quadratum
 BL . Quod &c.

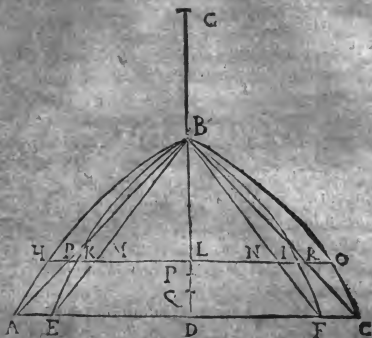
PROPOSITIO IV.

*Si ex figuris antecedentium propositionum intelligantur ge-
 nerari conoidea, in quibus inscribentur coni super ijs-
 dem basibus, & circa eandem diametrum. Differen-
 tia conoideorum tam secundum totum, quam secundum
 partes*

*partes proportionales, erit æqualis differentia cono-
rum.*

ET

Sed ex hyperbola ABC, & parabola EBF, intelligantur genita conoidea, in quibus sint inscripti pariter coni ABC, EBF. Dico differentiam conoideorum, nempe excessum conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum, æqualem fore differentię conorum. Sumatur in diametro BD, arbitrariè punctum L, per quod agatur planum HO, plano AC, parallelum, secans omnia dicta solida, ut in schemate. Quoniam enim ut quadratum DB, ad quadratum BL, sic est tam quadratum totius AD, ad quadratum totius PL, quam ablatum quadratum ED, ad ablatum quadratum ML: & quadratum DE, est ad rectangulum AEC, ut quadratum LM, ad rectangulum PMR. (quia proportionibus horum quadratorum ad hæc rectangula componuntur ex iisdem proportionibus, ut facile quilibet modicè in geometria expertus potest agnoscere). Ergo ex propos. 2. erit ut quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum AEC, ad rectangulum PMR. Sed etiam ex proposit. antec. est ut quadratum DB, ad quadratum BL, sic rectangulum AEC, ad rectangulum HKO. Ergo ut rectangulum AEC, ad rectangulum PMR, sic idem rectangulum AEC, ad rectangulum HKO. Ergo rectangulum PMR, erit æquale rectangulo HKO. Quare etiam armilla
circu-



Circularis PMR , erit æqualis armillæ circulari HKO . Cum verò punctum L , sumptum sit arbitrariè, sequitur omnes armillas differentię conoideorum, æquales esse omnibus armillis differentię conoideorum. Ergo & differentia conorum erit æqualis differentię conoideorum.

Sicuti autem probatum est totas illas differentias æquales esse, sic probari potest quaslibet ipsarum partes proportionales item fore æquales. v. g. si intelligatur ductum planum HO , probari potest eodem modo, partem differentię conoideorum con-

tentam

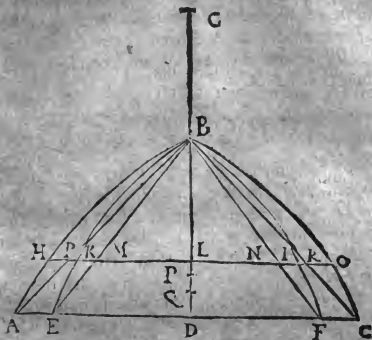
rentiam inter plana HO, AC, æqualem esse parti differentię conorum inter eadem plana contentæ; quod cum sit de se evidens, omittitur. Patet ergo differentias conoideorum & conorum, æquales esse inter se, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

SCHOLIUM I.

Non turbetur autem lector videns præsentem propositionem probari per indiuisibilibium methodum, imo admiretur excellentiam, & vniuersalitatem illius methodi veritatem prodientis etiam illis modis, quibus nequit manifestari methodo antiquorum. Nam in superiori constructione nescimus an methodus antiquorum possit adhiberi, quia in differentijs prædictis nequeunt inscribi cylindri. Quid ergo? Conclusio demonstrata falsa erit, quia per indiuisibilia fuit roborata? Nequaquam. Nam etiam eadem conclusio probari potest methodo antiquorum, sed alia præparatione adhibita, vt patebit suo loco.

SCHOLIUM II.

Sed antequam nos expediamus à præsentī propositione, opere pretium ducimus manifestare eas notitias, quas ex ipsa, & ex dictis in nostro lib. 4. de infinitis parabolis possumus erucere. Cum enim excessus



cessus sæpe dicti sint æquales inter se tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, sequitur consequenter iuxta doctrinam præcit. 4. lib. esse quantitates proportionaliter analogas tam secundum magnitudinem, quam secundum gravitatem. Quare ex proposit. 13. eiusdem libri, centra gravitatis horum excessuum secabunt BD , eodem pacto. Cum ergo centrum gravitatis differentiarum conorum, quod sit v. g. L , sic secet BD , ut BL , sit tripla LD (nam idem est centrum gravitatis excessus prædicti, & conorum ABC , EBF). Ergo

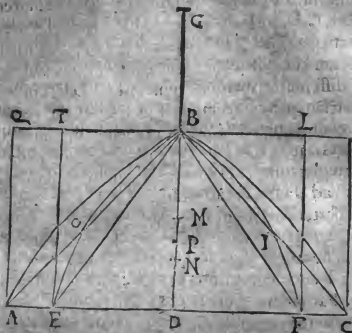
B 2 etiam

etiam centrum grauitatis differentiæ conoideorum sic secabit BD , in L , vt BL , sit tripla LD . Imo cum traiecto quolibet plano HO , parallelo AC , pars differentiæ conoideorum contenta inter plana HO , AC , sit proportionaliter analoga cum parte differentiæ conorum contenta inter eadem plana; & cum in illo lib. 4. pluribus modis sit assignatum centrum grauitatis prædictæ partis differentiæ conorum, quia centrum grauitatis illius sic diuidit LD , sicuti ipsam diuidit centrum grauitatis frustorum conorum $EMNF$, $APRC$, vt consideranti patebit: sequitur etiam pluribus modis haberi centrum grauitatis differentiæ conoideorum contentæ inter plana HO , AC . Notetur etiam nos in hoc opere citaturos esse antecedentia huius operis, & propos. librorum nostrorum de infinitis parabolis. Dum ergo citabimus propos. huius operis, dicemus, ex tali propos. vel ex schol. talis propos. Dum vero citabimus libros de infinitis parabolis, dicemus ex prop. tali libri talis. v. g. ex propos. 4. lib. 3. intelligendo semper nostri operis.

PROPOSITIO V.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, vt composita ex axi, seu diametro, & ex latere transuerso conoidis, ad dimidium lateris transversi, una cum tertia parte axis, seu diametri.

Intel-



Intelligentur omnia solida antecedentis propositi. & ipsis conoidibus sint circumscripti cylindri QC , TF . Quoniam conoides hyperbolicum constat ex differentia conoideorum, & ex conoide parabolico; & differentia conoideorum est æqualis differentia conorum; ergo ratio cylindri QC , ad conoides ABC , erit eadem cum ratione eiusdem cylindri ad differentiam conorum, & ad conoides parabolicum EBF . At ratio cylindri QC , ad differentiam conorum est eadem cum ratione quadrati AD , ad tertiam partem rectanguli AEC , ut consideranti patebit; quia cum sit ad conum ABC , ut
qua-

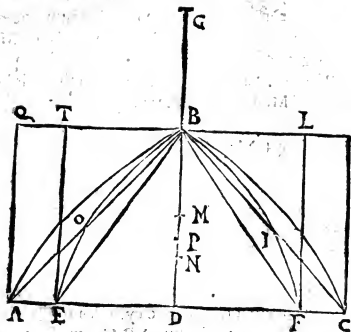
AOE, & communis addatur pars genita ex figura contenta à recta, & curva OB, patebit propositum.

Quantum verò ad partes proportionales, non erit dissimilis demonstratio ab antecedenti, addendo, & auferendo partes communes secundum quod planum secans parallelum plano AC, transit vel per puncta O, I, vel suprà, vel infrà ipsa. Quare &c.

SCHOLIUM.

Ergo excessus prædicti conoideorum supra suos conos erunt quantitates proportionaliter analogæ, tam in magnitudine, quam in gravitate. Cum ergo excessus conoidis parabolici EBF, supra suum conum sit dimidium talis coni, quia conoides est sesquialterum coni. Ergo etiam excessus conoidis hyperbolici ABC, supra suum conum erit dimidium coni inscripti in conoide EBF. Quare cylindrus QC, qui est ad conum inscriptum in conoide parabolico, ut quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED, erit ad excessum conoidis ABC, supra conum ABC, ut idem quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Quod notetur.

Item, quoniam excessus prædicti sunt magnitudines proportionaliter analogæ in gravitate. Ergo idem punctum in BD, erit centrum gravitatis cuiuslibet talium excessuum. Cum ergo punctum medium



diu ipsius BD , sit centrum grauitatis excessus conoidis parabolici EBF , supra conum EBF ; sequitur etiam centrum grauitatis excessus conoidis ABC , supra suum conum esse in medio ipsius BD .

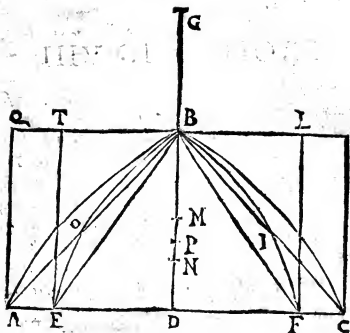
Quod vero centrum grauitatis excessus conoidis parabolici EBF , supra suum conum sit medium punctum ipsius BD , patet. Quia P , centrum grauitatis conoidis diuidit BD , vt BP , sit ad PD , vt 2. ad 1, seù vt 8. ad 4. N , verò centrum grauitatis coni diuidit BD , sic, vt BN , sit ad ND , vt 3. ad 1. seù vt 9. ad 3. Ergo qualium
C BD ,

BD, est 12, talium PN, erit 1. Cum verò si fiat ut excessus conoidis supra conum ad conum, nempe ut 1, ad 2, sic reciprochè NP, ad PM, sit M, centrum gravitatis excessus prædicti. Sequitur quallium BD, erat 12, PN, 1, & BP, 8, talium PM, esse 2, & BM, 6. Quare patet propositum.

PROPOSITIO VII.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum, ut composita ex axi, seu diametro, & ex latere transverso conoidis, ad dimidium lateris transversi, una cum tertia parte axis, seu diametri.

Propositio ergo quinta probatur alio modo. Sine solida prædicta, &c. Dico cylindrum QC, esse ad conoides hyperbolicum ABC, ut GD, ad dimidiam GB, cum tertia parte DB. Cum enim conoides ABC, diuidatur in conum ABC, & in excessum ipsius supra ipsum; sequitur QC, cylindrum esse ad conoides ABC, ut est etiam ad conum ABC, & ad excessum conoidis supra conum. Cylindrus QC, est ad conum ABC, ut quadratum AD, ad sui tertiam partem: & ex schol. ant. est ad excessum conoidis ABC, supra suum conum ut quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Ergo colligendo ambo consequentia; erit QC, ad conum, & ad excessum, nempe ad conoides ABC, ut quadratum AD, ad sui tertiam partem;
vna



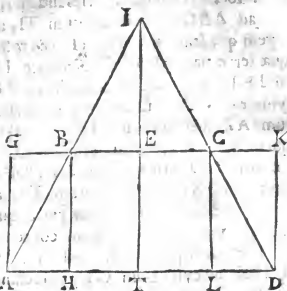
vna cum sexta parte quadrati ED. Cum autem ex
 hypothefi, fit vt quadratum AD, ad quadratum
 DE, fic DG, ad GB; erit & vt quadratum AD,
 ad fui tertiam partem, cum sexta parte quadrati ED,
 fic GD, ad fui tertiam partem cum sexta parte
 GB. Ergo etiam cylindrus QC, erit ad conoides
 ABC, vt DG, ad fui tertiam partem (nempe ad
 tertiam partem ipfarum GB, BD) vna cum sexta
 parte GB. At tertia pars GB, vna cum sexta par-
 te eiusdem facit dimidiam GB. Ergo QC, erit
 ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad
 C 2 dimi-

dimidiam GB, eum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VIII.

Si frusto conii cuius opposita plana parallela, circumscribatur cylindrus, & alter inscribatur, cuius basis minor basis frusti, & latera trapezii genitoris frusti producantur usque ad concursum cum diametro. Tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti supra cylindrum inscriptum, erit ad excessum frusti supra cylindrum inscriptum, ut composita ex diametro frusti, & ex dupla intercepta inter minorem basim, & punctum concursus laterum trapezii, ad compositam ex tali intercepta, & ex tertia parte diametri frusti.

Frusto conii ABCD, cuius diameter ET, & opposita plana parallela ad inuicem sint BC, AD, circumscribatur cylindrus GD, & inscribatur HC; & latera AB, DC, producantur usque dum occurrant TE, productæ in I. Dico tubum cylindricum GHCD, esse ad excessum frusti ABCD, supra cylindrum BL, nempe ad solidum genitum ex triangulo ABH, reuoluto circa ET, ut composita ex TE, & ex dupla IE, ad IE, vnde cum tertia parte TE. Cum enim cylindrus GD, sit ad cylindrum BL, ut quadratum AT, ad quadratum TH, seu BE; nempe ut quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo & per conuersione rationis,



nis, erit GD , ad tubum $GHCD$, ut quadratum IT , ad excessum ipsius supra quadratum IE ; nempe ad duplum rectangulum $IE T$, cum quadrato TE ; nempe ad rectangulum sub composita ex dupla IE , & ET , & sub ET . Quare & conuertendo, erit tubus GHK , ad GD , ut prædictum rectangulum ad quadratum IT . Cylindrus GD , est ex dictis in scholl. 2. proposit. 15. lib. 2. ad frustum $ABCD$, ut tripla TI , ad TI , IE , & harum tertiam minorem proportionalem; nempe ducendo has in IT , ut triplum quadratum IT , ad quadratum IT , rectangulum $TI E$, & rectangulum sub TI , & sub

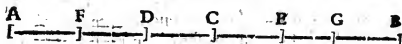
sub tertia proportionali (quod rectangulum est æquale quadrato IE): nempe subtriplando terminos, est GD , ad $ABCD$, ut quadratum TI , ad tertiam partem quadratorum TI , IE , & rectanguli TIE , quæ tertia pars est æqualis quadrato IE , rectangulo $IE T$, & tertiæ parti quadrati TE . At idem cylindrus GD , est ad cylindrum BL , ut quadratum AT , ad quadratum HT , seu BE ; hoc est ut quadratum TI , ad quadratum IE . Ergo idem cylindrus GD , erit ad excessum frusti $ABCD$, supra cylindrum BL , ut quadratum TI , ad rectangulum $IE T$, una cum tertia parte quadrati TE ; nempe una cum rectangulo contento sub TE , & sub tertia parte TE . At erat supra tubus $G H K$, ad cylindrum GD , ut rectangulum sub composita ex dupla IE , & ex ET , & sub TE , ad quadratum IT . Ergo ex æquali, erit tubus $G H K$, ad excessum frusti $ABCD$, supra cylindrum BL , ut prædictum rectangulum, ad rectangulum $IE T$, una cum rectangulo sub TE , & sub tertia parte ET . Quæ duo rectangula cum sint idem ac rectangulum sub composita ex IE , & ex tertia parte ET , & sub TE . Sequitur $G H K$, esse ad excessum prædictum, ut rectangulum sub composita ex dupla IE , & ex ET , & sub ET , ad rectangulum sub eadem ET , & sub composita ex IE , & ex tertia parte ET ; nempe propter communelatus ET , ut composita ex dupla IE , & ex ET , ad IE , cum tertia parte ET . Quod erat ostendendum.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si recta AB, sit secta bifariam in C, & in D, E, æque remotè à C, & pariter in F, G, æque remotè à C; sitque rectangulum AFB, æquale quadrato DC. Eris etiam rectangulum ADB, æquale quadrato FC.

Cum enim rectangulum AFB, diuidatur in rectangulum sub AF, in DB, & in rectangulum AFD, nempe in rectangulum sub FD, in GB. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB, erunt æqualia quadrato DC. Quare addito communi rectangulo FDG. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB;

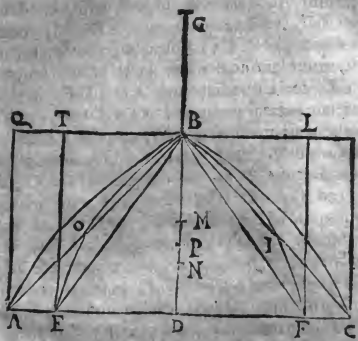


FDG, erunt æqualia quadrato DC, & rectangulo FDG; nempe quadrato FC. At rectangula FDG, & FD, GB, faciunt rectangulum FDB. Quod cum rectangulo AF, DB, facit rectangulum ADB. Quare etiam rectangulum ADB, crit æquale quadrato FC. Quod &c.

PROPOSITIO X.

Si conoides hyperbolicum includatur intra frustum conicum habens oppositas bases parallelas, & latera trapezj genitoris frusti sint partes asymptoton hyperbola genitricis conoi-

quadratum AD , ad tertiam partem sui; & ad conum EBF , ut idem quadratum AD , ad tertiam partem quadrati ED ; sequitur esse ad differentiam conorum ut idem quadratum AD , ad tertiam partem differentiae quadratorum AD , DE ; nempe ad tertiam partem rectanguli AEC . Cum verò ex hypothese, sit quadratum AD , ad quadratum ED , ut DG , ad GB ; ergo per conuersionem rationis, erit quadratum AD , ad rectangulum AEC , ut GD , ad DB . Et quadratum AD , erit ad tertiam partem rectanguli AEC , ut GD , ad tertiam partem DB . Quare etiam cylindrus QC , erit ad differentiam conorum, & consequenter ad differentiam conoideorum, ut GD , ad tertiam partem DB . Pariter ratio cylindri QC , ad conoides EBF , est eadem cum ratione quadrati AD , ad dimidium quadrati ED . Quia cum sit ad cylindrum TF , ut quadratum AD , ad quadratum ED ; & cum conoides EBF , sit dimidium cylindri TF , ut saepe probatum est in nostris lib. de infinit. parab. Ergo cylindrus QC , erit ad conoides EBF , ut quadratum AD , ad dimidium quadrati ED ; nempe ex hypothese, ut DG , ad dimidiam GB . Ergo colligendo consequentia, erit cylindrus QC , ad conoides, & ad differentiam conoideorum, nempe ad conoides hyperbolicum ABC , ut GD , ad dimidiam GB , cum tertia parte BD . Quod erat ostendendum.



PROPOSITIO VI.

In solidis saepe dictis, excessus conoidis hyperbolici supra conum sibi inscriptum est aequalis excessui conoidis parabolici illi inscripti supra conum illi inscriptum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Quantum ad totos excessus sic patebit. Cum enim ex proposit. 4. excessus conoideorum sit aequalis excessui conorum, si communis auferatur illa pars, quæ generatur ex revolutione trilinei mixti AOE,

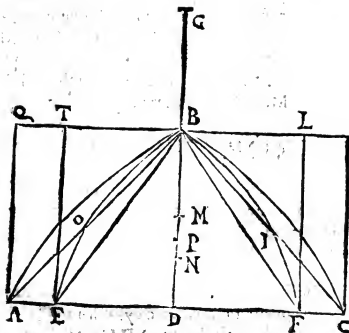
AOE, & communis addatur pars genita ex figura contenta à recta, & curva OB, patebit propositum.

Quantum verò ad partes proportionales, non erit dissimilis demonstratio ab antecedenti, addendo, & auferendo partes communes secundum quod planum secans parallelum plano AC, transit vel per puncta O, I, vel suprà, vel infrà ipsa. Quare &c.

SCHOLIUM.

Ergo excessus prædicti conoideorum supra suos conos erunt quantitates proportionaliter analogæ, tam in magnitudine, quam in grauitate. Cum ergo excessus conoidis parabolici EBF, supra suum conum sit dimidium talis coni, quia conoides est sesquialterum coni. Ergo etiam excessus conoidis hyperbolici ABC, supra suum conum erit dimidium coni inscripti in conoide EBF. Quare cylindrus QC, qui est ad conum inscriptum in conoide parabolico, vt quadratum AD, ad tertiam partem quadrati ED, erit ad excessum conoidis ABC, supra conum ABC, vt idem quadratum AD, ad sextam partem quadrati DE. Quod notetur.

Item, quoniam excessus prædicti sunt magnitudines proportionaliter analogæ in grauitate. Ergo idem punctum in BD, erit centrum grauitatis cuiuslibet talium excessuum. Cum ergo punctum me-
dium



dium ipsius BD , sit centrum grauitatis excessus conoidis parabolici EBF , supra conum EBF ; sequitur etiam centrum grauitatis excessus conoidis ABC , supra suum conum esse in medio ipsius BD .

Quod vero centrum grauitatis excessus conoidis parabolici EBF , supra suum conum sit medium punctum ipsius BD , patet. Quia P , centrum grauitatis conoidis diuidit BD , vt BP , sit ad PD , vt 2. ad 1, seu vt 8. ad 4. N , verò centrum grauitatis coni diuidit BD , sic, vt BN , sit ad ND , vt 3. ad 1. seu vt 9. ad 3. Ergo qualium
 C BD ,

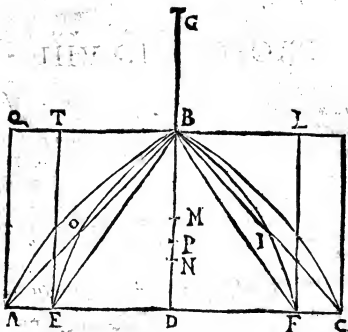
BD, est 12, talium PN, erit 1. Cum verò si fiat
 vt excessus conoidis supra conum ad conum, nem-
 pe vt 1, ad 2, sic reciprochè NP, ad PM, sit M,
 centrum grauitatis excessus prædicti. Sequitur qua-
 lium BD, erat 12, PN, 1, & BP, 8, talium PM,
 esse 2, & BM, 6. Quare patet propositum.

PROPOSITIO VII.

*Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum,
 vt composita ex axi, seu diametro, & ex latere tran-
 sverso conoidis, ad dimidium lateris transversi, una
 cum tertia parte axis, seu diametri.*

Propositio ergo quinta probatur alio modo. Sine
 solida prædicta, &c. Dico cylindrum QC, ef-
 se ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad
 dimidiam GB, cum tertia parte DB. Cum enim
 conoides ABC, diuidatur in conum ABC, & in
 excessum ipsius supra ipsum; sequitur QC, cylin-
 drum esse ad conoides ABC, vt est etiam ad co-
 num ABC, & ad excessum conoidis supra conum.
 Cylindrus QC, est ad conum ABC, vt quadra-
 tum AD, ad sui tertiam partem: & ex schol. an.
 est ad excessum conoidis ABC, supra suum co-
 num vt quadratum AD, ad sextam partem quadra-
 ti DE. Ergo colligendo ambo consequentia; erit
 QC, ad conum, & ad excessum, nempe ad conoides
 ABC, vt quadratum AD, ad sui tertiam partem;

vna



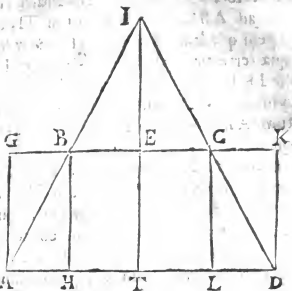
vna cum sexta parte quadrati ED. Cum autem ex
 hypothesi, sit vt quadratum AD, ad quadratum
 DE, sic DG, ad GB; erit & vt quadratum AD,
 ad sui tertiam partem, cum sexta parte quadrati ED,
 sic GD, ad sui tertiam partem cum sexta parte
 GB. Ergo etiam cylindrus QC, erit ad conoides
 ABC, vt DG, ad sui tertiam partem (nempe ad
 tertiam partem ipsarum GB, BD) vna cum sexta
 parte GB. At tertia pars GB, vna cum sexta par-
 te eiusdem facit dimidiam GB. Ergo QC, erit
 ad conoides hyperbolicum ABC, vt GD, ad
 C 2 dimi-

dimidiam GB, cum tertia parte BD. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO VIII.

Si frusto conī cuius opposita plana parallela, circumscribatur cylindrus, & alter inscribatur, cuius basis minor basis frusti, & latera trapezij genitoris frusti producantur usque ad concursum cum diametro. Tubus cylindricus, qui est excessus cylindri circumscripti supra cylindrum inscriptum, erit ad excessum frusti supra cylindrum inscriptum, ut composita ex diametro frusti, & ex dupla intercepta inter minorem basim, & punctum concursus laterum trapezij, ad compositam ex tali intercepta, & ex tertia parte diametri frusti.

Frusto conī ABCD, cuius diameter ET, & opposita plana parallela ad inuicem sint BC, AD, circumscribatur cylindrus GD, & inscribatur HC; & latera AB, DC, producantur usque dum occurrant TE, productæ in I. Dico tubum cylindricum GHCD, esse ad excessum frusti ABCD, supra cylindrum BL, nempe ad solidum genitum ex triangulo ABH, reuoluto circa ET, ut composita ex TE, & ex dupla IE, ad IE, vñ cum tertia parte TE. Cum enim cylindrus GD, sit ad cylindrum BL, ut quadratum AT, ad quadratum TH, seu BE; nempe ut quadratum TI, ad quadratum IE. Ergo & per conuersione rationis,



nis, erit GD , ad tubum $GHCD$, ut quadratum
 IT , ad excessum ipsius supra quadratum IE ; nempe
 ad duplum rectangulum IE , cum quadrato
 TE ; nempe ad rectangulum sub composita ex dupla
 IE , & ET , & sub ET . Quare & conuertendo,
 erit tubus GDK , ad GD , ut prædictum rectan-
 gulum ad quadratum IT . Cylindrus GD , est ex
 dictis in scholi 2. proposit. 15. lib. 2. ad frustum
 $ABCD$, ut tripla TI , ad TI , IE , & harum ter-
 tiam minorem proportionalem; nempe ducendo has
 in IT , ut triplum quadratum IT , ad quadratum
 IT , rectangulum TE , & rectangulum sub TI , &
 sub

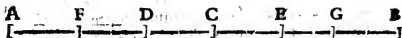
sub tertia proportionali (quod rectangulum est æquale quadrato IE): nempe subtriplando terminos, est GD , ad $ABCD$, ut quadratum TI , ad tertiam partem quadratorum TI , IE , & rectanguli $TI E$, quæ tertia pars est æqualis quadrato IE , rectangulo $IE T$, & tertiæ parti quadrati TE . At idem cylindrus GD , est ad cylindrum BL , ut quadratum AT , ad quadratum HT , seu BE ; hoc est ut quadratum TI , ad quadratum IE . Ergo idem cylindrus GD , erit ad excessum frusti $ABCD$, supra cylindrum BL , ut quadratum TI , ad rectangulum $IE T$, una cum tertia parte quadrati TE ; nempe una cum rectangulo contento sub TE , & sub tertia parte TE . At erat supra tubus GHK , ad cylindrum GD , ut rectangulum sub composita ex dupla IE , & ex ET , & sub TE , ad quadratum IT . Ergo ex æquali, erit tubus GHK , ad excessum frusti $ABCD$, supra cylindrum BL , ut prædictum rectangulum, ad rectangulum $IE T$, una cum rectangulo sub TE , & sub tertia parte ET . Quæ duo rectangula cum sint idem ac rectangulum sub composita ex IE , & ex tertia parte ET , & sub TE . Sequitur GHK , esse ad excessum prædictum, ut rectangulum sub composita ex dupla IE , & ex ET , & sub TE , ad rectangulum sub eadem ET , & sub composita ex IE , & ex tertia parte ET ; nempe propter commune latus ET , ut composita ex dupla IE , & ex ET , ad IE , cum tertia parte ET . Quod erat ostendendum.

PRO-

PROPOSITIO IX.

Si recta AB, sit secta bifariam in C, & in D, E, aequae remotè à C, & pariter in F, G, aequae remotè à C; sitque rectangulum AFB, aequale quadrato DC. Erit etiam rectangulum ADB, aequale quadrato FC.

Cum enim rectangulum AFB, diuidatur in rectangulum sub AF, in DB, & in rectangulum AFD, nempe in rectangulum sub FD, in GB. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB, erunt æqualia quadrato DC. Quare addito communi rectangulo FDG. Ergo rectangula AF, DB; FD, GB;



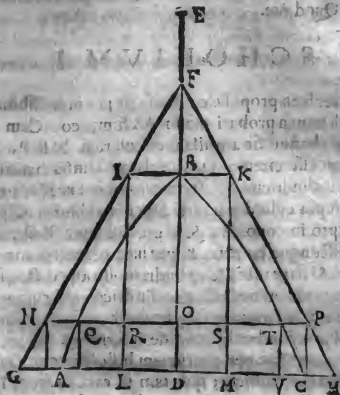
FDG, erunt æqualia quadrato DC, & rectangulo FDG; nempe quadrato FC. At rectangula FDG, & FD, GB, faciunt rectangulum FDB. Quod cum rectangulo AF, DB, facit rectangulum ADB. Quare etiam rectangulum ADB, erit æquale quadrato FC. Quod &c.

PROPOSITIO X.

Si conoides hyperbolicum includatur intra frustum conicum habens oppositas bases parallelas, & latera trapezij genitoris frusti sint partes asymptoton hyperbola genitricis conoi-

conoidis; intraque frustum conicum, & supra minori basi ipsius inscribatur cylindrus. Erit excessus frusti conici supra cylindrum sibi inscriptum aequalis conoidi hyperbolico, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

COnoides hyperbolicum ABC , cuius diameter DB , latus transversum EB , centrum F , asymptoti hyperbolæ genitricis FG , FH , intelligatur inclusum intra frustum conicum $G I K H$, cuius opposita plana parallela sint $I k$, GH , & in ipso sit inscriptus cylindrus IM . Dico excessum frusti $G I k H$, supra cylindrum IM , æqualem esse conoidi ABC , tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Sumatur enim in diametro arbitrariè punctum O , per quod agatur planum $NO P$, GH , parallelum, secans omnia solida, ut in schemate. Quoniam enim quadratum NO , est æquale tam rectangulo $N Q P$, cum quadrato $Q O$, quam rectangulo $N R P$, cum quadrato RO . Ergo rectangulum $N Q P$, cum quadrato $Q O$, erit æquale rectangulo $N R P$, cum quadrato RO . At ex 2. conic. proposit. 10. rectangulum $N Q P$, est æquale quadrato IB , seu quadrato RO . Ergo reliquum rectangulum $N R P$, erit æquale quadrato $Q O$. Quare etiam armilla circularis $N R P$, erit æqualis circulo $Q T$. Punctum autem O , sumptum est arbitrariè; ergo omnes Armillæ genitæ ex reuolutione trianguli $G I L$, circa BD , erunt æquales omni-



omnibus circulis conoidis ABC , AC , parallelis.
 Ergo & solidum genitum ex triangulo, nempe ex-
 cessus frusti $G I K H$, supra cylindrum $I M$, erit
 æqualis ipsi conoidi ABC : Quod verò ostensum
 est de totis istis solidis, probaretur etiam de partibus
 proportionalibus; quia eodem modo probaretur v.
 g. partem excessus contentam inter plana NP ,
 GH , æqualem esse frusto hyperbolico $A Q T C$.
 Quare patet prædicta solida æqualia esse tam secun-
 dum

26
dum totum, quam secundum partes proportionales. Quod &c.

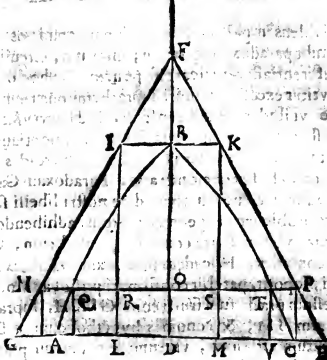
SCHOLIUM I.

Licet hæc propositio ostensa sit per indiuisibilia, potest tamen probari modo Archimedeo. Cum enim probatum sit armillam circularem $NR P$, æqualem esse circulo QT , etiam (si inscribantur) tubus cylindricus NLP , inscriptus in excessu frusti conii supra cylindrum, erit æqualis cylindro QV , inscripto in conoide. Si ergo diuidatur BD , in quibuscunque punctis, & per hæc agantur plana ut supra, & fiant tubi, & cylindri modo antedicto, facile patebit omnes tubos cylindricos inscriptos in excessu frusti conii supra cylindrum, æquales fore omnibus cylindris in conoide inscriptis. Quare si hæc diuisio fiat per continuam bissectionem DB , partiumque eiusdem; quia tam in excessu frusti supra cylindrum, quam in conoide inscribemus solida ab ipsis deficientibus defectu minori quacunque data magnitudine; tandem concludemus excessum prædictum, & conoides esse magnitudines æquales. Hæc autem viris Euclideis, Archimedeisque sunt nimis obuia.

SCHOLIUM II.

Potest ergo consequenter ad superius sæpe dicta, deduci

III. DE CONOIDIBUS



deduci ex his, excessum prædictum, & conoides hyperbolicum, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gravitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Vnde si aliquo pacto inueniatur centrum gravitatis, vel totius excessus prædicti, vel partis eius in BD; idem erit centrum gravitatis conoidis hyperbolici ABC, vel segmenti eiusdem, &c. Idem intelligatur è contra.

D 2 SCHO-

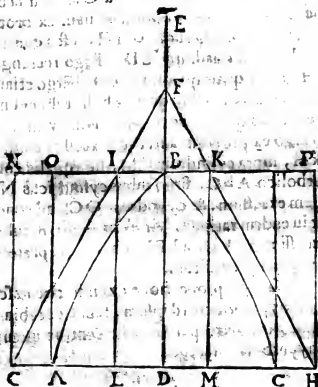
S C H O L I U M III.

Galileus in postremis dialogis pag. apud nos, 28, ostendit paradoxum quoddam; nimirum, circuli circumferentiam æqualem esse puncto. Ut hoc ostendat utitur excessu cylindri supra hemisphærium, & cono, ut ibidem potest conspici. Sed sicuti usus fuit excessu cylindri supra hemisphærium, sic etiam poterat uti excessu cylindri supra hemisphæroides; eadem enim fuisset demonstratio. Paradoxum Galilei ostendimus & nos in appendice nostri libelli sexaginta problematum geometricorum, adhibendo excessum cylindri supra conoides parabolicum, & ipsum conoides. Hoc idem paradoxum facile ex præsentis proposit, patebit confirmari posse, adhibendo excessum prædictum frustri cono GLKH, supra cylindrum IM, & conoides hyperbolicum ABC. Probatum est enim, ubicunque traciatur planum NP, plano GH, parallelum, semper armillam NRP, æqualem esse circulo QF; sicuti quamlibet partem excessus æqualem esse proportionali parti conoidis. Cum ergo excessus prædictus definat in circumferentia circuli cuius diameter Ik, sicuti conoides definit in puncto B; videtur ergo colligi circumferentiam æqualem esse vertici B.

PRO.

PROPOSITIO XI.

Cylindrus circumscriptus conoidi hyperbolico est ad ipsum,
 cui composita ex axis, seu diametro, & ex latere trans-
 uerso conoidis, ad dimidium lateris transversi, una cum
 tertia parte axis, seu diametri.



Conoidi hyperbolico ABC, cuius diameter
 DB, latus transversum EB, sit circumscri-
 ptus

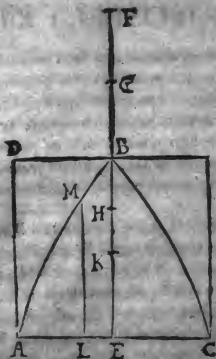
ptus cylindrus OC . Dico hunc esse ad illud vt ED ,
 ad dimidiam EB , cum tertia parte BD . Sit F ,
 centrum hyperbolæ genitricis, & FG , FH , sint
 eius asymptoti, & per B , sit ducta IB , parallela
 GD ; intelligamusque ex reuolutione trapezij
 $GIBD$, circa BD , genitum esse frustum conicum
 $GIKH$, cui sit circumscriptus cylindrus NH , &
 inscriptus IM . Quoniam linea GH , diuisa est se-
 cundum conditiones proposit. 9. nam ex proposit.
 10. 2. conic. rectangulum GAH , est æquale qua-
 drato IB , seu quadrato LD . Ergo rectangulum
 GLH , erit æquale quadrato AD . Ergo etiam ar-
 milla circularis GLH , quæ est basis tubi cylindrici
 NLP , erit æqualis circulo AC , basi cylindri OC .
 Cum ergo ex proposit. anteced. excessus frusti coni
 $GIKH$, supra cylindrum IM , sit æqualis conoidi
 hyperbolico ABC . Ergo tubus cylindricus NLP ,
 ad illum excessum, & cylindrus OC , ad conoides
 erunt in eadem ratione. At ex proposit. 8. tubus est
 ad excessum vt ED , ad FB , cum tertia parte DB .
 Quare patet propositum.

Ostenfa igitur proportionem cylindri circumscripti
 conoidi hyperbolico ad ipsum, facile docebimus in
 qua linea diametro parallela sit centrum gravitatis
 semihyperbolæ. Sit ergo

PROPOSITIO XII.

Si fiat ut semihyperbola ad dimidium parallelogrammi sibi circumscripti, sic composita ex semilatero transuerso hyperbola, & ex tertia parte axis eiusdem, ad aliam: deinde fiat ut composita ex latere transuerso & ex axi, ad inuentam, sic basis semihyperbolæ ad sui partem abscondendam incipiendo ab axi. Centrum grauitatis semihyperbolæ erit in linea per punctum ducta axi parallela.

ESto hyperbola ABC , cuius axis BE ; centrum G ; latus transuersum FB ; parallelogrammum ei circumscriptum sit DC ; sitque BH , tertia pars BE ; & fiat ut ABE , ad dimidium DE , sic GH , ad EK ; & pariter fiat ut FE , ad EK , sic AE , ad EL ; ac per L , ducatur LM , parallela BE . Dico in ML , esse centrum grauitatis semihyperbolæ ABE . Intelligamus DE , cum semihyperbolæ ABE , rotari circa BE . Quoniam ex proposit. 5. 7. & 11. cylindrus DC , est ad conoides ABC , ut FE , ad GH ; & ratio FE , ad GH (de foris sumpta EK) componitur ex rationibus FE , ad EK , & huius ad GH . Ergo etiam ratio cylindri ad conoides componetur ex iisdem rationibus. Sed ex schol. 1. proposit. 3. lib. 3. ratio cylindri ad conoides componitur etiam ex ratione dimidij DE , ad ABE , & ex ratione AE , ad interceptam inter EB , & centrum æquilibrij ABE , seu grauitatis duplicatæ ABE ,
ad



ad partes AE; & supra factum est conuertendo, ut
 dimidium DE, ad ABE, sic kE, ad GH. Er-
 go rationes FE, ad Ek, & Ek, ad GH, æquales
 erunt rationibus Ek, ad GH, & AE, ad prædi-
 ctam interceptam. Ergo si auferatur communis ra-
 tio kE, ad GH; FE, ad Ek, erit ut AE, ad il-
 lam interceptam. Sed ex constructione, ut FE, ad
 Ek, sic AE, ad EL. Ergo L, erit centrum æqui-
 librij semihyperbolæ. Et consequenter in LM,
 erit centrum grauitatis semihyperbolæ. Qod &c.

SCHO-

S C H O L I V M.

Tria autem, quæ collecta sunt in quamplurimis propositionibus lib. 3. colligentur etiam nunc. Nam primò, tam super DE , quam supra ABE , intellectis cylindricis rectis æquealtis resectis diagonaliter plano transeunte per EB , & per latus oppositum ipsi DA , colligentur cubationes amborum truncorum cylindrici super semihyperbola existentis, cum hac tamen diuersitate; quod cubatio trunci sinistri dabitur semota hyperbolæ quadratura; quia sine tali quadratura datur ratio DC , cylindri ad conoides ABC ; secùs dicendum de cubatione trunci dexteri, quæ non habetur nisi supposita quadratura. Secundum est (quadratura supposita) ratio cylindri ex DE , circa DA , ad annulum strictum ex semihyperbola ABE , circa DA . Tertium est ratio conoidis, & prædicti solidi ad inuicem, pariter supposita quadratura.

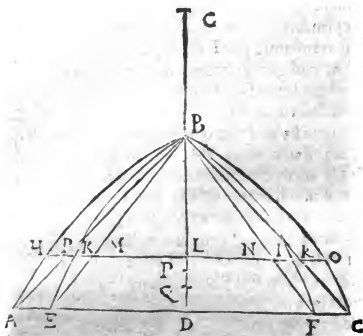
Sed antequam vltius progrediamur, sicuti pluribus modis patefacta est ratio cylindri circumscripti ad conoides, sic non erit inutile assignare centrum grauitatis conoidis. Sit ergo.

PROPOSITIO XIII.

*Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit d uode
cimam partem diametri eiusdem ordine quartam à ba-*

E si, ut

ſi, ut pars propinquior baſi, ſit ad reliquam, ut dimidium lateris tranſuerſi conoidis, ad tertiam partem ſuae diametri.



Eſto conoides hyperbolicum quodcunque ABC, cuius axis, ſeu diameter BD, ſic ſecetur in L, ut BL, ſit dupla LD, & ſic in Q, ut BQ, ſit tripla QD. Ergo ſic LQ, erit duodecima pars totius BD, & ordine quarta incipiendo à D. Sit GB, latus tranſuerſum conoidis, & LQ, ſic ſece-

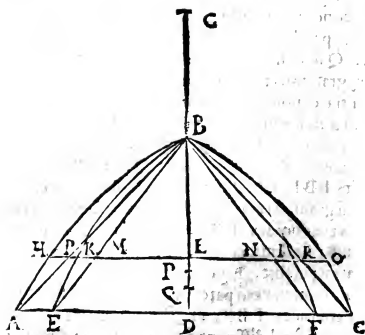
secetur in P , ut QP , sit ad PL , ut dimidia GB , ad tertiam partem BD . Dico P , esse centrum gravitatis conoidis hyperbolici ABC . Inscribantur conoides parabolicum EBF , & coni, ut factum est supra. Quoniam ex schol. 2. proposit. 4. Q , est centrum gravitatis tam differentiae conorum, quam differentiae conoideorum, & ut ostenditur à multis, & etiam à nobis lib. 4. proposit. 14, L , est centrum gravitatis conoidis parabolici EBF ; ergo si LQ , sic diuidatur in P , ut sit reciproce QP , ad PL , ut conoides EBF , ad differentiam conoideorum, erit P , centrū gravitatis totius conoidis hyperbolici ABC . Sed ut conoides EBF , ad differentiam conoideorum, sic dimidia GB , ad tertiam partem DB , ut statim patebit. Ergo patet propositum.

Assumptum vero patet ex dictis. Quia facile patebit conoides EBF , esse ad differentiam conoideorum, seu ad differentiam conorum, ut dimidium quadrati DE , ad tertiam partem rectanguli AEC . Sed cum ex data hypothesis, sit diuidendo, & conuertendo, quadratum DE , ad rectangulum AEC , ut GB , ad BD . Erat & ut dimidium quadrati DE , ad tertiam partem rectanguli AEC , sic dimidia GB , ad tertiam partem BD .

SCHOLIUM.

Si quis verò scire cupiat, in qua proportionē secetur tota BD , à centro gravitatis P , hoc tali discursu

E 2 fu



fu obtinebit. Quoniam enim conuertendo LP, est
 ad PQ, vt tertia pars BD, ad dimidiam GB;
 ergo cum BL, sit octupla LQ, BP, erit ad PQ,
 vt 9. tertiae partes BD (nempe vt tripla BD) cum
 8. dimidijs GB (nempe cum quadrupla GB) ad
 dimidiam GB. Pariter cum DQ, sit tripla QL;
 erit PQ, ad PD, vt dimidia GB, ad quadruplam
 dimidia GB (nempe ad duplam GB) vna cum
 tribus tertijs partibus BD (nempe cum BD). Er-
 go ex aequali, erit BP, ad PD, vt quadrupla GB,
 vna

37

vna cum tripla BD , ad duplam GB , cum BD .
 Et subquadruplando terminos, erit BP , ad PD ,
 vt GB , cum subsestquiertia BD , ad dimidiam GB ,
 cum quarta parte BD .

PROPOSITIO XIV.

*Centrum grauitatis conoidis hyperbolici sic diuidit quartam
 partem diametri eiusdem ordine secundam à basi, vt
 pars propinquior basi sit ad reliquam, vt sexta pars la-
 teris transuersi, ad tertiam partem composita ex latere
 transuerso, & ex diametro.*

SEd in schem. anteced. supponat prudens geome-
 tra diametrum BD , secari bifariam in L , &
 LD , bifariam in Q ; deinde LQ , sic secari in P ,
 vt QP , sit ad PL , vt sexta pars GB , ad tertiam
 partem GD . Dico P , esse centrum grauitatis
 conoidis ABC . Cum enim Q , sit centrum graui-
 tatis coni ABC , & ex schol. proposit. 6. L , sit
 centrum excessus conoidis supra conum; & cum sit
 QP , ad PL , vt sexta pars GB , ad tertiam par-
 tem GD , nempe ex hypothesi, vt sexta pars qua-
 drati DE , ad tertiam partem quadrati AD ; nem-
 pe ex schol. cit. vt excessus conoidis supra conum ad
 ipsum conum. Ergo ex Archimede in æqueponde-
 rantibus, erit P , centrum grauitatis totius co-
 noidis.

SCHO-

S C H O L I U M.

Modus præsens assignandi centrum gravitatis conuenit cum antecedenti, vt attentè consideranti patebit. Effet etiam alius modus inueniendi tale centrum gravitatis, inuento prius centro gravitatis excessus frusti conici supra cylindrum sibi inscriptum. Ex schol. enim 3. proposit. 10. patet talem excessum, & conoides hyperbolicum, esse quantitates proportionaliter analogas. Centrum verò gravitatis prædicti excessus facile habebitur. Nam ex dictis in lib. 4. totius frusti coni habetur pluribus modis centrum gravitatis. Sed habetur etiam centrum gravitatis cylindri in frusto inscripti; habeturque ratio talis cylindri ad excessum frusti supra ipsum. Quare centrum prædicti excessus non ignorabitur. Vice versa tamen, modi reperiendi centrum gravitatis conoidis assignati in duabus proposit. anteced. quadrabunt etiam prædicto excessui.

Sed sicuti in superioribus docuimus in qua linea diametro parallela sit centrum gravitatis semihyperbolæ, sic videtur conueniens docere in qua linea diametro parallela sit centrum gravitatis segmenti semihyperbolæ contenti inter duas lineas basi parallelas. Sed cum inuentioni talis lineæ præmissa sit ratio cylindri circumscripti conoidi ad ipsum conoides, sic in præsentiarum anteponenda videtur ratio cylindri circumscripti segmento conoidis hyperbolici

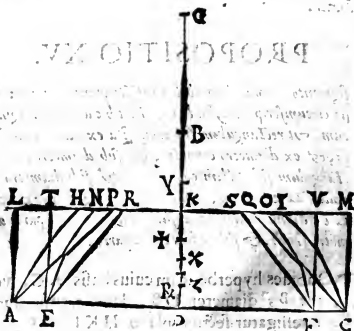
bolici contento inter duo plana basi parallela³⁹, ad
ipsum.

PROPOSITIO XV.

Si segmento conoidis hyperbolici resecti plano basi parallelo, sit circumscriptus cylindrus. Erit hic ad ipsum segmentum, ut rectangulum sub composita ex latere transuerso, & ex diametro conoidis, & sub diametro, ad rectangulum sub eadem composita, & sub diametro conoidis ad verticem, una cum rectangulo sub composita ex dimidio lateris transuersi, & ex tertia parte diametri frusti, & sub eadem tertia parte.

Conoides hyperbolicum cuius basis AC , vertex B , diameter DB , latus transuersum GB , intelligatur sectum plano HKI , AC , parallelo, & ipsi sit circumscriptus cylindrus LC . Dico hunc esse ad segmentum conoidis, ut rectangulum GDB , ad rectangulum sub GD , in Bk , una cum rectangulo sub composita ex dimidia GB , & tertia parte Dk , & sub tertia parte Dk .

Segmento $AHIC$, intelligatur inscriptum segmentum $ENOF$, conoidis parabolici cuius vertex B , conditionis supra saepe expositae; & in talibus segmentis intelligantur segmenta conorum inscriptorum in integris conoidibus, quae sint $APQC$, $ERSF$. Quoniam frustum $AHIC$, constat ex frusto parabolico, & ex differentia frustorum conoideo-

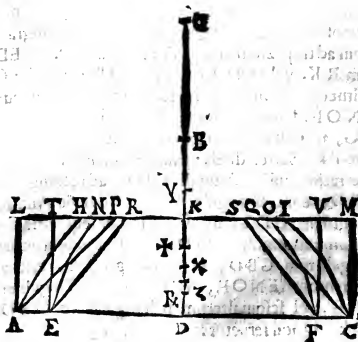


deorum; & ex proposit. 4, differentia frustorum conoideorum est æqualis differentiæ conorum; ergo **LC**, erit ad frustum **AHIC**, ut est ad frustum parabolicum, una cum differentia frustorum conorum. Hanc verò rationem sic venabimur. Cylindrus **LC**, ad frustum parabolicum **ENOF**, habet rationem compositam ex ratione cylindri **LC**, ad cylindrum **TF**, tali frusto parabolico circumscriptam, & huius ad ipsum frustum: **LC**, ad **TF**; est ut quadratum **AD**, ad quadratum **ED**; nempe ex hypothese, ut **DG**, ad **GB**. Cum autem ex pro-

proposit. 3. lib. 4. sit TF , ad $ENOF$, ut parallelogrammum TF , ad trapezium $ERSF$; & cum ex proposit. 8. & 9. lib. prim. sit TF , parallelogrammum ad trapezium $ERSF$, ut dupla ED , ad ED , cum RK , vel ut dupla DB , ad DB , cum Bk ; sequitur cylindrum LC , ad segmentum parabolicum $ENOF$, habere rationem compositam ex ratione DG , ad GB , & ex ratione duplæ DB , ad DB , cum Bk . Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio dupli rectanguli GDB , ad rectangulum GBD , cum rectangulo GBk . Et ut duplum rectangulum GDB , ad prædicta consequentia, sic triplum rectangulum GDB , ad sexquialterum rectangulorum GBD , GBk . Ergo LC , erit ad segmentum $ENOF$, ut triplum rectangulum GDB , ad sesquialterum rectangulorum GBD , GBk . Quod seruetur.

Ex proposit. 14, & 15, lib. 2. habemus tam totum cylindrum LC , quam ablatum TF , esse illum ad frustum conicum $APQC$, hunc verò ad frustum conicum $ERSF$, ut tripla DB , ad DB , BR , & harum tertiam minorem continuè proportionalem. Ergo & reliquum ad reliquum erit ut totum ad totum: nempe tubus cylindricus LEM , erit ad differentiam frustorum conorum, ut tripla DB , ad DB , Bk , & illam tertiam proportionalem. Tunc argumentetur sic. Ratio cylindri LC , ad differentiam segmentorum conorum componitur ex ratione LC , ad tubum LEM , & huius ad differentiam segmen-

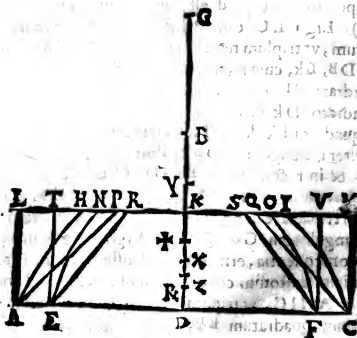
F totum



torum conorum : at LC , ad tubum est vt quadratum AD , ad rectangulum AEC , nempe ex hypothesis supposita per conuersionem rationis , vt GD , ad DB : tubus autem est ad differentiam frustorum conorum vt tripla DB , ad DB , Bk , & illam tertiam proportionalem. Ergo ratio LC , ad differentiam segmentorum conorum componetur quoque ex rationibus GD , ad DB , & triplæ DB , ad DB , Bk , & illam tertiam proportionalem. Sed ex dictis rationibus componitur etiam ratio tripli rectanguli GDB , ad quadratum DB , rectangulum DBk ,

DBk , & rectangulum sub DB , & sub illa tertia
 proportionali (quod est æquale quadrato mediæ
 Bk). Ergo LC , erit ad differentiam frustorum co-
 norum, vt triplum rectangulum GDB , ad quadra-
 ta DB , Bk , cum rectangulo DBK ; nempe ad tria
 quadrata Bk , cum triplo rectangulo BkD , & cum
 quadrato Dk (, quia quadratum DB , diuiditur
 in quadrata Bk , kD , & in duo rectangula BkD ; &
 pariter rectangulum DBk , diuiditur in quadratum
 Bk , & in rectangulum BkD). Cum autem supra
 probatum sit, esse LC , ad frustum $ENOF$, vt
 idem triplum rectangulum GDB , ad sesquialterum
 rectangulorum GBD , GBk . Ergo colligendo am-
 bo consequentia, erit LC , ad frustum, & ad diffe-
 rentiam frustorum conorum simul, nempe ad fru-
 stum $AHIC$, vt triplum rectangulum GDB , ad
 triplum quadratum Bk , cum triplo rectangulo
 BkD , cum quadrato KD , & cum sesquialtero re-
 ctangulorum GBD , GBk . Ergo & vt horum pla-
 norum tertiæ partes: nempe LC , erit ad $AHIC$,
 vt rectangulum GDB , ad quadratum BK , cum
 rectangulo BkD , & cum tertia parte quadrati Dk ,
 vna cum dimidio rectangulorum GBD , GBK .
 Cum verò dimidium rectanguli GBD , diuidatur
 in dimidium GBK , & in dimidium GB , KD .
 Ergo dimidium rectangulorum GBD , GBK , erit
 rectangulum GBk , cum dimidio rectanguli GB ,
 & KD . Si ergo simul iunxerimus rectangulum GBK ,
 cum quadrato BK , & cum rectangulo BKD , habe-

F 2 binus



bimus rectangulum GD , Bk . Pariter si simul iunxerimus rectangulum sub dimidia GB , & sub DK , cum tertia parte quadrati DK , nempe cum rectangulo sub DK , & sub tertia parte Dk , habebimus rectangulum sub composita ex dimidia GB , & ex tertia parte Dk , & sub DK . Ergo à primo ad ultimum concludemus, esse LC , ad frustum conoidis hyperbolici $AHIC$, vt rectangulum GDB , ad rectangulum GD , BK , cum rectangulo sub composita ex dimidia GB , & ex tertia parte Dk , & sub DK . Quod erat ostendendum.

SCHO-

SCHOLIUM.

Proportionem prædicti cylindri ad illud segmentum hyperbolicum, etiam duobus alijs modis, consequenter ad superius dicta, liceret colligere. Cum enim tale segmentum constet ex segmento conici sibi inscripto, & ex excessu supra ipsum; & cum talis excessus sit æqualis excessui segmenti conoidis parabolici supra suum segmentum conicum; & cum ex dictis in ijs, quæ de infinitis parabolis conscripsimus, facile liceat colligere rationem LC , & ad segmentum conicum $APQC$, & ad excessum segmenti conoidis parabolici $ENOF$, supra segmentum conicum $ERSF$: sequitur facile etiam nos obtinere rationem LC , ad segmentum $AHIC$. Pariter si in schemat. proposit. 1. o. tam segmento v. g. $AQTC$, quam segmento excessus frusti conici $GNPH$, supra cylindrum RM , mente concipiamus circumscribi cylindros; patet ex dictis in eadem propositione, tubum cylindricum cuius basis armilla circularis GLH , altitudo OD , æqualem esse cylindro circumscripto segmento $AQTC$. Pariterque patet excessum frusti $GNPH$, supra cylindrum RM , æqualem esse segmento $AQTC$. Cum ergo ex dictis in opere supra citato, facilissime possimus habere rationem prædicti tubi ad illum excessum supra cylindrum; faciliter etiam habebimus rationem cylindri circumscripti segmento hyperbolico

lico $AQTC$, ad ipsum segmentum. Hæc non continent multum difficultatis, quapropter sufficiat ea lectoribus indicasse.

Sicuti sufficiat ex antecedentibus indicare modum reperiendi in quâ linea parallela Dk , sit centrum gravitatis suppositi segmenti semihyperbolæ $AHkD$. Hoc autem reperietur ex dictis, si supponatur segmenti $AHKD$, quadratura, nempe ratio, quam habet ad ipsum parallelogrammum LD . Cum enim cylindrus LC , habeat ad segmentum conoidis $AHIC$, ex schol. pri. prop. 3. lib. 3. rationem compositam ex ratione dimidij parallelogrammi LD , ad segmentum $AHkD$, & ex ratione AD , ad interceptam inter D , & centrum æquilibrij segmenti acceptum in AD , hoc est centrum gravitatis duplicati segmenti $AHkD$, ad partes AD ; sequitur, quod si ex proportionem cylindri LC , ad segmentum conoidis $AHIC$; nempe ex ratione expressa in præsentî propositione, subtrahatur supposita ratio dimidij parallelogrammi LD , ad segmentum parabolæ $AHKD$, remanebit ratio AD , ad interceptam inter D , & centrum questum.

Hoc puncto inuento, non ignorabimus tria solita, quæ sæpe sæpius deduximus in non paucis propositionibus lib. 3. Nam primo non ignorabimus rationem cylindri ex LD , ad solidum ex segmento $AHKD$, circa LA . Secundo non ignorabimus rationem segmenti $AHIC$, ad solidum prædictum circa LA . Tertio tam supra LD , quam supra $AHKD$,

AH^kD , intellectis cylindricis rectis æquealtis rectis diagonaliter plano transeunte per Dk , & per latus oppositum ipsi LA , minimè ignorabimus cubationes truncorum cylindrici super AH^kD , existentis. Hac tamen differentia, quod cubationem trunci sinistri habebimus sine suppositione alicuius quadraturæ, non sic cubationem trunci dexteri.

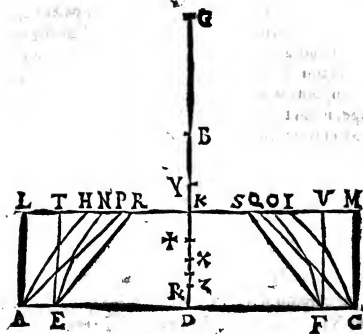
His ostensis non erit inutile ostendere modum inueniendi centrum grauitatis segmenti conoidis hyperbolici $AHIC$. Sed prius ostendatur sequens propositio.

PROPOSITIO XVI.

Differentia supradictorum frustorum conoideorum est ad segmentum conoidis parabolici, ut quadrata axium totius conoidis, & conoidis ad verticem, una cum re-ctangulo contento sub his axibus, ad sesquialterum re-ctangulorum contentorum sub latere transuerso, & sub prædictis axibus.

Sint ergo segmenta anteced. proposit. Dico differentiam frustorum $AHIC$, $ENOF$, esse ad segmentum parabolicum $ENOF$, ut quadrata DB , Bk , cum re-ctangulo DBk , ad sesquialterum re-ctangulorum GBD , GBK . Differentia enim prædicta ad segmentum $ENOF$, habet rationem compositam ex ratione differentię ad tubum cylindricum

dictum LEM; huius ad cylindrum T F; & huius ad segmentum ENOF. Cum autem differentia frustorum conoideorum sit, ex supradictis, æqualis differentiæ frustorum conorum inscriptorum in ipsis; & cum differentia frustorum conorum sit ad tubum LEM, vt facile potest deduci ex dictis in schol. 4. proposit. 14. lib. 2. vt DB, cum BK, & cum harum tertia minori proportionali ad tres DB. Sequitur etiam differentiam segmentorum conoideorum, esse ad tubum cylindricum LEM, vt DB, BK, & illa tertia proportionalis ad tres DB. Cum verò LEM, tubus sit ad cylindrum T F, vt rectangulum AEC, ad quadratum ED, nempe diuidendo, ex hypothese frequenter vsa, vt DB, ad BG, seu vt tripla DB, ad triplam GB. Ergo ex æquali, erit differentia segmentorum conoideorum ad cylindrum T F, vt DB, BK, cum illa tertia proportionali ad triplam GB. Cylindrus T F, est ad segmentum ENOF, vt dicitur inferius, vt dupla DB, ad DB, cum BK. Ergo à primo ad vltimum, differentia segmentorum conoideorum ad segmentum ENOF, habebit rationem compositam ex ratione DB, BK, & harum tertiæ proportionalis ad triplam BG, & ex ratione duplæ DB, ad DB, BK. Sed ex dictis rationibus componitur quoque ratio duorum quadratorum BD, duorum rectangulorum DBK, & duorum rectangulorum sub DB, & sub illa tertiā proportionali (quæ duo vltima rectangula sunt æqualia duobus quadratis mediæ



mediæ BK), ad tria rectangula GBD, cum tribus rectangulis GBK. Ergo differentia frustorum conoideorum, erit ad segmentum ENOF, ut duo quadrata DB, cum duobus rectangulis DBK, & cum duobus quadratis BK, ad tria rectangula GBK, cum tribus rectangulis GBD. Et ut horum terminorum dimidia. Nempe differentia prædicta, erit ad prædictum segmentum, ut quadrata DB, BK, cum rectangulo DBK, ad sesquialterum rectangulorum GBD, GBK. Quod erat ostendendum.

G Quod

50
 Quod verò TF , cylindrus sit ad segmentum $ENOF$, ut dupla DB , ad DB , BK , patet. Quia ex proposit. 3. lib. 4. cylindrus TF , est ad segmentum conoidis parabolici $ENOF$, ut parallelogrammum TF , ad trapezium lineare $ERSF$, At ex proposit. 9. lib. prim. est parallelogrammum ad trapezium ut dupla DB , ad DB , & BK . Quare patet propositum.

SCHOLIUM.

Ratio autem prædictorum solidorum collecta in supradicta propositione, potest etiam reduci ad minora plana; quia potest reduci ad eam, quam habet rectangulum DBK , cum tertia parte quadrati DK , ad rectangulum GBK , cum dimidio rectanguli GB , KD . Patet quia hæc plana sunt tertiæ partes priorum planorum.

PROPOSITIO XVII.

Segmenti supradicti conoidis hyperbolici centrum gravitatis reperire.

Segmenti conoidis hyperbolici $AHIC$, centrum gravitatis reperietur sic. Inscriptis solidis ut supra, secetur KD , sic in X , ut KX , sit ad XD , ut duplum quadratum ED , cum quadrato NK , ad duplum quadratum NK , cum quadrato ED ,

uidatur ergo X^B , in Z , ut sit XZ , ad Z^B , ut quadrata DB , BK , cum rectangulo DBK , ad sesquialterum rectangulorum GBD , GBk ; seu ut rectangulum DBK , cum tertia parte quadrati Dk , ad rectangulum GBk , cum dimidio rectanguli GB , kD ; nempe ex proposit. anteced. ut est differentia frustorum conoideorum ad frustum conoidis parabolici $ENOF$. Dico inuentum esse Z , centrum grauitatis frusti conoidis hyperbolici $AHIC$. Cum autem res sit de se euidens ex doctrinis Archimedis in æqueponderantibus, relinquitur considerationi lectoris.

SCHOLIUM

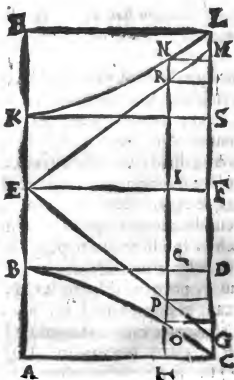
Alij modi ex superioribus non desunt reperiendi tale centrum grauitatis; sed nè lectorem nimis quam par sit defatigemus, ad alia, & noua transeamus; præcipuè ad centrum grauitatis hyperbolæ reperiendum. Quod tamen non reperietur nisi præmissis quibusdam demonstrationibus.

PROPOSITIO XVIII.

Si semihyperbola cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa secundam coniugatam diametrum. Annulus latus ortus ex rotatione excessus parallelogrammi supra semihyperbolam, erit æqualis cono ex triangulo, cuius unum latus dimidia secunda diametri, aliud inter-

intercepta inter secundam diametrum, & asymptotum, reuoluto circa secundam diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

E Sto semihyperbola ABC , cuius diameter AB ; EB dimidium lateris transversi; centrum E ; asymptotus EG ; secunda diameter HF ; & parallelogrammum AD , semihyperbolæ circumscriptum cum triangulo EFG , rotentur circa EF . Dico annulum latum ortum ex rotatione trilinei mixti CBD , circa EF , æqualem esse cono GEM , & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Intelligantur oppositæ sectiones vt in schemate, & sumatur arbitrariè in EF , quodlibet punctum I , per quod ducatur OIN , parallela LC , secans asymptotum EG , in P . Quadratum IO , est æquale tam rectangulo OPN , cum quadrato PI , quam rectangulo OQN , cum quadrato QI . Ergo rectangulum OPN , cum quadrato PI , erit æquale rectangulo OQN , cum quadrato QI . Sed ex propositione 11. sec. conic. rectangulum OPN , est æquale quadrato BE , seu quadrato QI . Ergo reliquum rectangulum OQN , erit æquale reliquo quadrato PI . Quare & armilla circularis OQN , erit æqualis circulo PR . Cum vero punctum I , sumptum sit arbitrariè; ergo omnes armillæ circulares parallele armillæ CDL , oriæ ex rotatione trilinei CBD , circa EF , erunt æquales omnibus circulis cono GEM . Et consequen-



quenter annulus latus ortus ex rotatione illius trilinei circa EF, erit æqualis cono GEM. Quod vero probatum est de totis, patet eodem modo posse probari de partibus proportionalibus; v. g. eodem modo probabimus partem annuli lati ortam ex rotatione trapeziji mixti COQD, æqualem esse segmento coni GPRM. Quare patet solida prædicta æqualia esse inter se tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

SCHO-

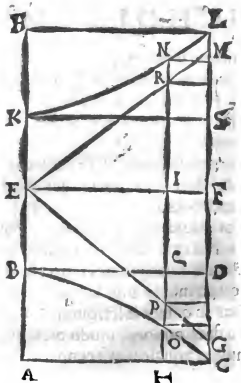
S C H O L I U M I.

Licet autem præsens propositio probata sit per indiuifibilia, potest tamen probari etiam modo archimedeo; quia facta constructione ut in schemate, facile patebit tubum cylindricum ODN , inscriptum in annulo, æqualem esse cylindro in cono inscripto. Si ergo diuidatur EF , bifariam, & partes bifariam, & hoc semper, & per puncta diuisionum fiant constructiones similes factæ; patebit faciliter omnes tubos cylindricos inscriptos in annulo, æquales fore omnibus cylindris in cono inscriptis. Quare cum facta hac inscriptione, tam cylindri in cono inscripti, quam tubi in annulo possint deficere à magnitudinibus in quibus inscribuntur magnitudine quacumque data minore; modo archimedeo deducetur, annulum æqualem esse cono.

S C H O L I U M II.

Ex dictis ergo in præsentī proposit. & in lib. 4. de Infin. Parab. possumus deducere, annulum prædictum, & conum GEM , esse quantitates proportionaliter annalogas tam in magnitudine, quam in grauitate, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quare cum ex dictis in schol. prim. proposit. 8. eiusdem libri, conus, trilineum parabolicum quadraticum, & excessus cylindri circ-

cum-



cumscripti hemisphærio , seu hémisphæroidi sint quatuor magnitudines proportionaliter analogæ: sequitur his etiam associari pro quinta magnitudine annulum latum prædictum . Ex dictis ergo in lib. cit. habebimus, quod centrum grauitatis talis annuli sic secabit EF, vt pars terminata ad E, sit ad partem terminatam ad F, vt 3. ad 1. Pariter si considerabimus quamlibet partem eiusdem annuli resecti plano CL, parallelo, & terminatam ad circum-

lum. BEK, v.g. illam, quæ oritur ex rotatione trilinei BOQ circa EF; agnosceremus eius centrum grauitatis secare EI, in eadem ratione. Quia talis pars est proportionaliter analoga cum cono PER. Cum vero etiam pars annuli orta ex rotatione trapeziji mixti COQD, sit probata proportionaliter analoga segmento conico GPRM, & cum talis segmenti conici sit in libro cit. pluribus modis inuentum centrum grauitatis; ex dictis ibidem reperiemus in quo puncto IF, sit centrum grauitatis prædicti segmenti annuli.

SCHOLIUM III.

Sed paradoxum Galilei, de quo locuti sumus supra schol. 2. proposit. 10. possumus etiam deducere ex præsentī propositione. Nam etiam ex hac facto concinno discursu, tandem concludemus, circumferentiam BEK, extremitatem annuli, æqualem fore E, vertici coni.

PROPOSITIO XIX.

In schem. anteced. proposit. annulus strictus ex quadrilatero mixto CBEG, circa EF, est æqualis cylindro DK, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Pater facilliter. Cum enim in anteced. proposit. ostensum sit, annulum latum ex trilineo CBD,
H circa

circa EF, æqualem esse cono GEM; ergo communi addito cylindro KD, erit solidum CB^kLM, æquale cylindro DK, & cono GEM. Quò hinc inde ablato. Ergo solidum GCB^kELM, erit æquale cylindro kD.

Eodem modo ostendemus æqualitatem partium proportionalium, v. g. partem annuli ortam ex rotatione quadrilateri mixti COPG, æqualem esse cylindro QS. Addendo enim cylindrum QS, & auferendo GPRM, frustum conicum, patebit propositum.

SCHOLIUM I.

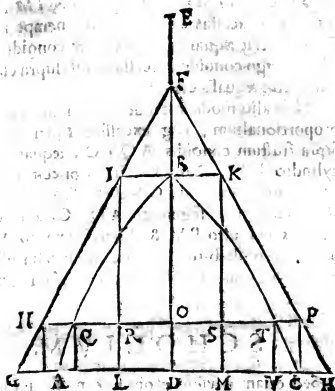
Præsens propositio potuisset immediate probari per indiuisibilia independenter ab anteced. proposit. Quia facta constructione ut in anteced. proposit. statim patebit ex proposit. 1. 1. 2. Conic. & rectangulum OPN, æquale esse quadrato BE, seu QI; & armillam circularem OPN, æqualem pariter fore circulo cuius radius QI. Quare facile patebit & omnes armillas solidi ex quadrilatero mixto CBE G, æquales esse omnibus circulis cylindri kD, & ipsum annulum ex quadrilatero mixto, æqualem esse cylindro kD. Maluimus tamen hanc ex antecedenti deducere, ut pavidis geometris non relinquamus vllum locum hæsitandi de certitudine præsentis propositionis; nam adhibita præsentis constructione propositio non probatur nisi per indiuisibilia;

KD , esse quantitates proportionaliter analogas omniquaque: quod etiam intelligendum est si semihyperbola cum omnibus duplicetur. Annulus ergo prædictus etiam duplicatus ad partes KB , erit corpus sibi simile, ad modum quo cylindrus KD , sic duplicatus est corpus sibi simile. Hoc est, quod sicut cylindrus secus planis basibus parallelis, semper secatur in proportionem partium axis, sic etiam in tali proportionem secabitur talis annulus. Sicuti ergo centrum gravitatis cylindri, cuiuslibetque eius partis contentæ inter plana basibus parallela est in medio axis; sic etiam centrum gravitatis talis annuli, & cuiuslibet eiusdem segmenti resecti plano CL , parallelo, cui vel in medio EF , vel in medio partis EF , correspondentis parti annuli, vel quæ sit altitudo partis annuli. Quæ omnia utique nobis videntur admirabilia, & nescimus an forte corpus huic simile in tota geometria adinueniatur, præter unicum, quod antequam ad ulteriora progrediamur, intelligimus in propositione sequenti explicare.

PROPOSITIO XX.

Excessus frusti conici propositi. 10. supra conoides hyperbolicum, est æqualis cylindro super minore basi frusti, & circa diametram cum ipso: Et hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales.

Esto



E Sto ergo in schem. proposit. 10. frustum conoidis cum $G I K H$, conoides hyperbolicum sit $A B C$, cuius asymptoti $G F$, $F H$, & sit cylindrus $I M$, cuius basis $I B K$, minor basis frusti. Dico excessum frusti conici $G I k H$, supra conoides $A B C$, æqualem esse cylindro $I M$, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. De totis patet. Quia cum ex cit. proposit. 10. excessus $G I k H$, supra cylindrum $I M$, sit æqua-

α qualis conoidi ABC ; si cylindrus IM , addatur. Ergo excessus cum cylindro, nempe frustum GKH , erit α quale cylindro, & conoidi simul. Ablato ergo conoide, excessus frusti supra conoides remanebit α qualis cylindro.

Non alio modo ostendetur α qualitas partium proportionalium, v. g. excessum frusti $GNPH$, supra frustum conoidis $AQTC$, α qualem esse cylindro RM . Quia ex dictis in præcitata proposuit. 10. excessus frusti $GNPH$, supra cylindrum RM , est α qualis segmento $AQTC$; addito ergo, ut prius, cylindro RM , & ablato segmento $AQTC$, intentum probabitur. Quare patuit talia solida α qualia fore tam secundum totum, quam secundum partes.

SCHOLIUM.

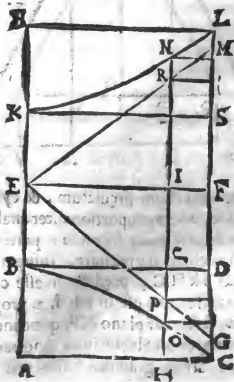
Sed etiam præsens propositio posset immediate per indiuisibilia ostendi. Sumpto enim arbitrariè puncto O , & acto plano NOP , GH , parallelo. Ex proposit. 10. sec. conic. rectangulum NQP , est α quale quadrato IB , seu quadrato RO . Et consequenter armilla circularis NQP , est α qualis circulo ROS : & omnes armille α quales omnibus circulis & excessus prædictus α qualis cylindro IM . Sed hac constructione adhibita, demonstratio non reducitur ad modum Archimedeum, quia in prædicto excessu nequeunt inscribi ubi cylindrici.

Pater

24
 DB; sicuti etiam centrum gravitatis cuiuslibet eius
 partis erit in medio partis BD, quæ erit altitudo
 partis excessus,

PROPOSITIO XXI.

*In schemate prop. 19, cylindrus ex parallelogrammo AF,
 circa EF, est ad solidum ex figura mixta CBEF, circa
 eandem EF, ut quadratum EA, ad quadratum EB,
 cum tertia parte rectanguli KAB.*



Quo-

Quoniam enim probatum est in proposit. 19. solidum $CBkL$, æquari cylindro BS , & cono GEM ; ergo cylindrus AL , ad hæc solida habebit eandem rationem. At cylindrus AL , ad cylindrum BS , & ad conum GEM , est vt quadratum EA , ad quadratum EB , cum tertia parte rectanguli KAB . Quare &c.

Assumptum patebit sic. Cylindrus AL , ad cylindrum BS , est vt quadratum AE , ad quadratum EB . Pariter idem cylindrus AL , ad conum GEM , est vt quadratum CE , seu vt idem quadratum AE , ad tertiam partem quadrati GF . Ergo colligendo ambo consequentia, erit cylindrus AL , ad cylindrum BS , cum cono GEM , nempe ad solidum $CBkL$, vt quadratum AE , ad quadratum EB , cum tertia parte quadrati FG . At tertia pars quadrati FG , est æqualis tertiæ parti rectanguli kAB . Nam quadratum EA , diuiditur in quadratum EB , & in rectangulum kAB : pariter quadratum idem EA , seu FC , diuiditur in quadratum FG , & in rectangulum CGL , seu MCG . Ergo quadratum EB , cum rectangulo KAB , erit æquale quadrato FG , & rectangulo MCG . Sed ex sec. conic. proposit. 11. rectangulum MCG , est æquale quadrato BE . Quare reliquum rectangulum kAB , erit æquale reliquo quadrato FG . Quare etiam illorum tertiæ partes erunt æquales. Ergo cylindrus AL , erit ad solidum $CBkL$, vt quadratum EA ,

I ad

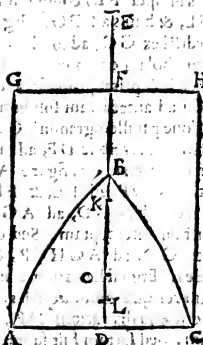
ad quadratum EB, cum tertia parte rectanguli KAB.
Quod erat ostendendum.

His ostensis adiuuenietur centrum grauitatis hyperbolæ sic.

PROPOSITIO XXII.

Si hyperbole circumscriptum parallelogrammum intelligatur productum usque ad secundam diametrum, & fiat ut quadratum composita ex axi hyperbole, & ex dimidia lateris transversi, ad quadratum dimidiæ lateris transversi cum rectangulo sub axi, & sub composita ex axi, & ex latere transverso, sic composita ex dimidia lateris transversi, & ex axi, ad aliam: item fiat ut dimidium prædicti parallelogrammi ad excessum totius parallelogrammi supra hyperbolam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transversi, ad aliam: tandem fiat ut secunda inuenta ad primam inuentam, sic composita ex axi, & ex dimidia lateris transversi ad sui partem abscondendam incipiendo a secunda diametro. Erit punctum quod est alter terminus huius abscessus centrum grauitatis excessus parallelogrammi supra hyperbolam.

Esto hyperbola ABC, cuius axis BD; latus transequum BE; centrum F; secunda diameter GH, & GC, sit parallelogrammum: fiat ut quadratum FD, ad quadratum FB, cum tertia parte



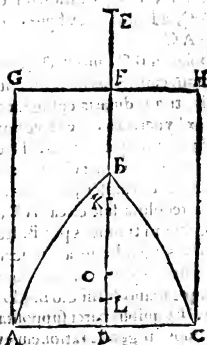
parte rectanguli EDB, sic DF, ad FO: item fiat
 ut parallelogrammum GD, ad excessum parallelo-
 grammi GC, supra hyperbolam ABC, sic DF,
 ad FL: tandem fiat ut LF (ad FO, sic) DF, ad
 Fk. Dico punctum k, esse centrum grauitaris fi-
 guræ AGHCB, cuiusque partem in puncto

Quoniam enim ex proposito antecedit. cylindrus ex
 GC, circa GH, est ad solidum ex figura AGHCB,
 circa eandem GH, ut quadratum ED, ad quadra-
 tum FB, cum tertia parte rectanguli EDB, nem-

pe ex constructione, ut DF , ad FO ; & ratio DF , ad FO (de foris sumpta FL) componitur ex ratione DF , ad FL , & huius ad FO . Ergo etiam ratio cylindri prædicti ex GC , ad solidum ex excessu GC , supra hyperbolam componetur ex iisdem rationibus. At ex schol. prim. propos. 3. lib. 3. ratio prædicti cylindri ad prædictum solidum componitur etiam ex ratione parallelogrammi GD , ad figuram $AGHCB$, & ex ratione DF , ad interceptam inter F , & centrum gravitatis figure $AGHCB$. Ergo etiam rationes DF , ad FL , & FL , ad FO , erunt æquales rationibus GD , ad $AGHCB$, & DF , ad prædictam interceptam. Sed ex constructione, rationes GD , ad $AGHCB$, & DF , ad FL , sunt æquales. Ergo si hæc rationes auferantur à prædictis, etiam reliquæ erunt æquales. Ergo ratio LF , ad FO , erit æqualis rationi DF , ad interceptam prædictam. Sed factum fuit supra, ut LF , ad FO , sic DF , ad Fk . Ergo k , erit centrum gravitatis figure $AGHCB$. Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM I.

Invento autem centro prædicto, facile erit etiam centrum gravitatis hyperbolæ reperire. Si enim supponamus FD , sectam bifariam in O , & supponamus k , esse centrum gravitatis figure $AGHCB$, si fiat ut ABC , ad $AGHCB$, sic reciprocè kO ,



ad O L. Erit ex doctrinis Archimedis, L, centrum grauitatis hyperbolæ.

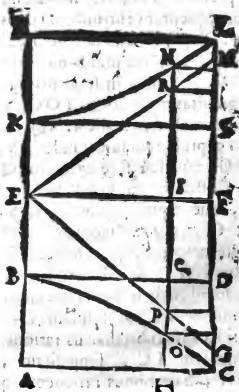
Sed etiam in præsentí est adnotandum, posse colligi tria solita. Némpe rationem solidorum ex AGHCB, figura reuoluta & circa GH, & circa AC, ad inuicem. Cubationem truncorum cylindrici recti super ipsa figura existentis resecti plano diagonaliter transeunte per GH, & per AC, parallelam. Ast cubatio trunci sinistri habetur sine suppositione quadraturæ hyperbolæ: sed cubatio trunci dexteri non habetur

habetur sine tali quadratura; sine qua non habemus nec etiam tertium, nempe rationem cylindri ex GC , circa AC , ad solidum ex figura $AGHCB$, circa eandem AC .

Sed hyperbolæ ABC , intellecto circumscripto parallelogrammo, cum hyperbolæ inuentum sit centrum gravitatis, tria ordinaria colligentur etiam in solidis genitis ex hyperbola. Sed hæc non colligentur nisi supposita ipsius quadratura. Hac ergo supposita habebimus rationem cylindri ex parallelogrammo hyperbolæ circumscripto ad alterutrum solidorum ex ipsa reuoluta siue circa AC , siue circa latus parallelogrammi transiens per B . Item habebimus rationem horum solidorum ad inuicem. Et cubationem truncorum cylindrici recti supra ipsa existentis, resectique plano consueto modo diagonaliter transeunte. Ex quibus patet supposita hyperbolæ quadratura, nos assignasse rationem cylindri circumscripti fuso hyperbolico, ad ipsum; quod pariter alio modo præstat Bonauentura Caualehius in exercit. 4. proposit. 33.

SCHOLIVM II.
Repertum est ergo centrum gravitatis hyperbolæ, supposita ipsius quadratura, quod nullus (quod sciamus) ante nos tentauit. Sed non modo licet reperire hoc, sed etiam possumus assignare centrum æquilibrij cuiuscunque eius partis constitutæ ex sectione

atione hyperbolæ linea, vel lineis diametro paralle-
 lis; & consequenter centrum gravitatis talis partis
 duplicatæ. Explicabimus hoc in vna, ex huiusque
 explicatione lector adnotabit modum in alijs exer-
 cendum. Intelligamus in sequenti figura reperire
 centrum gravitatis portionis TOC , resectæ linea
 TO , diametro BA , parallela. Quoniam supra in
 proposit. 19. probatum fuit annulum ex figura mix-
 ta $COPG$, æqualem fore cylindro QS ; commu-
 ni addito frusto conico $GPRM$, totum solidum
 $CONL$, erit æquale cylindro QS , & frusto
 $GPRM$. Cum ergo ad modum superiorum possi-
 mus reperire rationem, quam habet cylindrus TL ,
 ad cylindrum QS , & ad segmentum conicum
 $GPRM$, simul; habebimus etiam rationem, quam
 habet cylindrus TL , ad solidum $CONL$. Hac
 habita, si ex ipsa subtrahamus rationem, quam
 habet dimidium IC , suppositam, ad figu-
 ram $COIF$; habebimus rationem, quam habet
 TI , ad interceptam inter I , & centrum æquilibrij
 figuræ $COIF$, in IT . Et consequenter facile re-
 periemus centrum æquilibrij talis figuræ. Hoc in-
 uento reperietur etiam centrum æquilibrij portionis
 hyperbolæ TOC , in TO ; & consequenter cen-
 trum gravitatis duplicatæ TOC , ad partes TO .
 Ex quibus postea reliqua solita deduci, colligeren-
 tur. Hęc ergo, & similia liceret reperire. Ex qui-
 bus paterent ea omnia, quę ostendit Cavalieri in
 loc. cit. proposit. 36. & multo plura. Sed quia hęc
 non



non reperiuntur nisi ex supposita quadratura, ideo
 reliquuntur. Sufficit enim nobis lectori indicare
 hæc nequaquam ignorari à nobis. Sicuti sufficet ip-
 si indicare nos posse habere centra grauitatis om-
 nium cylindricorum existentium super hyperbola, &
 super omnibus ipsius partibus, quarum inuenitur
 centrum grauitatis. Erit enim in medio lineæ iun-
 gentis centra grauitatis oppositarum basium. Reli-
 quis

Ats ergo his, transeamus ad quadrandam parabolam
duobus nouis modis.

PROPOSITIO XXIII.

Si semihyperbola cum sibi circumscripto parallelogrammo rotetur circa secundam diametrum. Tubus cylindricus ex parallelogrammo, erit sesquialter annuli lati ex semihyperbola.

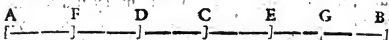
Semihyperbola ABC , cum sibi circumscripto parallogrammo AD , rotetur circa EF , secundam diametrum. Dico tubum cylindricum ADH , esse sesquialterum annuli lati ex semihyperbola ABC , circa EF , reuoluta. Quoniam tubus $CBSH$, est ad cylindrum AL , vt rectangulum HBA , ad quadratum EA ; nempe vt rectangulum kAB , ad idem quadratum EA ; & cylindrus AL , probatus est esse in proposit. 21. ad solidum $CBkL$, vt quadratum EA , ad quadratum EB , cum tertia parte rectanguli kAB ; vnde per conuersionem rationis, est idem cylindrus AL , ad annulum ex semihyperbola ABC , circa EF , vt idem quadratum EA , ad excessum ipsius supra quadratum EB , & supra tertiam partem rectanguli kAB ; ergo ex æquali, erit tubus cylindricus $ADkL$, ad talem annulum latum, vt rectangulum ABH , ad prædictum excessum. Sed quadratum EA , cum sit æquale quadrato EB , & rectangulo kAB , excedit

K illa

illa plana duobus tertijs rectanguli kAB . Ergo tubus cylindricus $ADKL$, erit ad prædictum annulum, ut rectangulum KAB , ad duo tertia eiusdem rectanguli; nempe in ratione sesquialtera. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXIV.

Si recta linea AB , secetur in C , bisariam, & in D , E , æque remotè à C , eodemque modo in F , G . Rectangulum AGB , erit excessus rectanguli AEB , supra rectangulum FEF .



Nam rectangulum AEB , diuiditur in rectangulum AEG , & in rectangulum AE, GB . Pariter rectangulum AEG , diuiditur in rectangulum FEF , & in rectangulum AF, EG , scilicet BCE , quia AE , ex hypothesi, est æqualis GB . Ergo excessus rectanguli AEB , supra rectangulum FEF , est rectangulum AE, GB ; cum rectangulo EGB ; quæ duo rectangula sunt æqualia rectangulo AGB . Quare patet propositum.

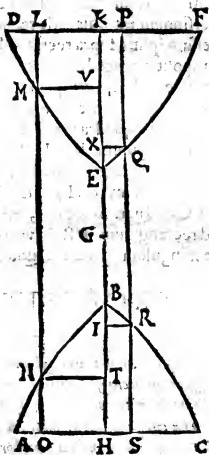
PROPOSITIO XXV.

*Si in oppositis sectionibus, quæ hyperbolæ appellantur du-
cantur lineæ lateri transuerso parallela, occurrentes
æquali-*

75

*equalibus ad diametros applicatis in ambabus hyper-
bolis. Rectangula sub partibus ipsarum resectorum ab
eadem curua hyperbola erunt ad inuicem, ut rectan-
gula sub partibus ordinatum applicata ab ipsis secta.*

Sint oppositæ se-
ctiones hyper-
bolæ ABC, DEF,
quarum latus trans-
uersum EB, & DF,
AC, sint æquales or-
dinatim applicatæ ad
æquales diametros
KE, BH, & sint du-
ctæ LO, PS, paral-
lelæ kH. Dico re-
ctangulum LNO, ef-
se ad rectangulum
PRS, vt rectangu-
lum AOC, ad re-
ctangulum ASC.
Applicentur à punctis
N, R, N I, R I, ordi-
nati ad diametrum;
item à punctis M, Q
ordinatim applicen-
tur ad kE, M V, QX.
Quoniam enim ex
prim. conic. proposit. 21. rectangulum EHB, ad



k 2 rectan-

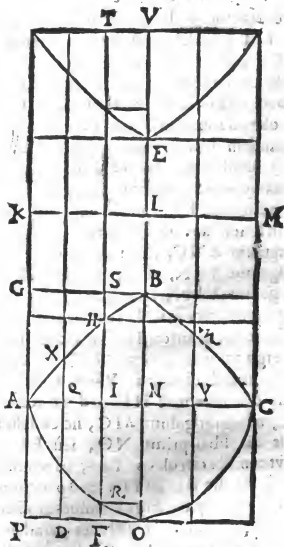
rectangulum ETB , est vt quadratum AH , ad quadratum NT , seu OH ; & rectangulis EBH , ETB , sunt æqualia rectangula KBH , $VB T$, quia kE , BH , & VE , $B T$, sunt æquales; ergo erit vt rectangulum KBH , ad rectangulum $VB T$, sic quadratum AH , ad quadratum HO . Ergo & per conuersionem rationis, erit rectangulum KBH , ad excessum ipsius supra rectangulum $VB T$; nempe ex proposit. anteced. ad rectangulum kTH , seu ad ei æquale LNO , vt quadratum AH , ad rectangulum AOC . Et conuertendo, erit rectangulum AOC , ad quadratum AH , vt rectangulum LNO , ad rectangulum KBH . Eodem modo ostendetur esse rectangulum KBH , ad rectangulum PRS , vt quadratum AH , seu HC , ad rectangulum ASC . Quare ex æquali, erit rectangulum LNO , ad rectangulum PRS , vt rectangulum AOC , ad rectangulum ASC . Quod &c.

PROPOSITIO XXVI.

Parallelogrammum circumscriptum parabola quadratica, est ad ipsam, vt tubus cylindricus ex gyratione parallelogramm. circumscripti hyperbola circa secundam coniugatam diametrum, ad annulum latum ex reuolutione hyperbola circa eandem diametrum; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; dummodo bases parabola, & hyperbola genitricis annuli proportionaliter secantur.

Esto

ESto hyperbola ABC , cuius axis BN , diame-
 ter transuersa EB , centrum L , secunda dia-
 meter kM , parallelogrammum ei circumscriptum
 sit GC : pariter sit parabola quadratica AOC ,
 cum sibi circumscripto parallelogrammo PC . Di-
 co tubum cylindricum ex reuolutione CG , circa
 kM , esse ad annulum latum ex reuolutione ABC ,
 circa eandem KM , vt parallelogrammum PC , ad
 AOC , parabolam. In AC , communi basi para-
 bolæ, & hyperbolæ accipiaturs arbitrarie punctum I ,
 per quod agatur EIT , parallela OE , secans om-
 nia vt in schemate. Quoniam ex proposit. anteced.
 rectangulum ANC , est ad rectangulum AIC , vt
 rectangulum VBN , ad rectangulum THI ; & vt
 rectangulum VBN , ad rectangulum THI , sic
 armilla circularis ex BN , reuoluta circa KM , ad
 armillam circularem ex HI , reuoluta circa eandem
 KM ; ergo vt rectangulum ANC , ad rectangulum
 AIC , sic armilla circularis VBN , seu TSI , ad ar-
 millam circularem THI . Sed vt rectangulum
 ANC , ad rectangulum AIC , sic ex schol. propo-
 sitionis 22. libri primi NO , seu FI , ad IR .
 Ergo vt armilla circularis TSI , ad armillam circu-
 larem THI , sic FI , ad IR . Sed punctum I , sum-
 ptum fuit utcumque. Ergo vt omnes armillæ circula-
 res parallelæ armillæ VBN , ex parallelogrammo
 GC , reuoluto circa kM , ad omnes armillas circu-
 lares parallelas eidem VBN , ex hyperbola ABC ,
 reuoluta circa eandem kM , sic omnes lineæ paralle-
 logram-



logrammi PC , parallelæ NO , ad omnes lineas pa-
rabolæ AOC , parallelas eidem ON . Nempe vt
tubus

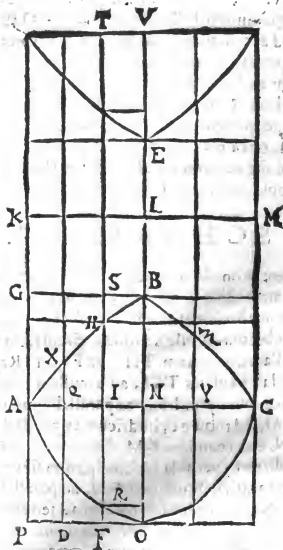
tubus cylindricus ad annulum ex hyperbola, sic parallelogrammum PC , ad parabolam AOC .

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; nimirum eodem modo potest probari esse v. g. tubum cylindricum ex parallelogrammo IB , circa KM , ad partem annuli ex segmento hyperbolæ $IHB N$, circa eandem KM , ut parallelogrammum FN , ad segmentum parabolæ $IKON$. Quare patet propositum in omnibus, & per omnia.

SCHOLIUM I.

Præsens propositio, quæ probata fuit per indivisibilium methodum breviorē, probari quoque potest per methodum antiquam prolixiorē. Nam cum probatum sit esse armillam circulearem TSI , ad armillam circulearem THI , ut FI , ad IR ; & cum sit armilla circularis TSI , ad armillam circulearem THI , sic tubus cylindricus ex parallelogrammo SN , circa KM , ad tubum cylindricum ex parallelogrammo HN , circa eandem KM , qui tubus est inscriptus in annulo ex hyperbola; & cum pariter sit ut FI , ad IR , sic parallelogrammum FN , ad parallelogrammum RN , inscriptum in parabola: sequitur ut tubus ex parallelogrammo SN , ad tubum ex parallelogrammo HN , sic esse parallelogrammum FN , ad parallelogrammum RN . Quare si AN , v. g. bissecaretur, & hoc idem fieret de eiusdem partibus,

& in



& in hyperbola, & parabola inscriberentur parallelogramma; eodem modo probaremus partes tubi
cylind.

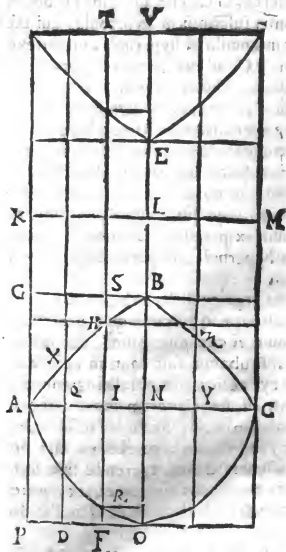
cylindrici ex GC , esse ad omnes tubos ex parallelogrammis inscriptis in hyperbola, qui tubi inscribuntur in annulo ex hyperbola, ut partes parallelogrammi PC , ad omnia parallelogramma inscripta in parabola. Cumque, tubi inscripti in annulo ex hyperbola, sicuti parallelogramma inscripta in parabola, per continuatam talem bisectionem possint tandem deficere à magnitudinibus in quibus inscribuntur, defectu, quacunque data magnitudine minori: sequitur tandem modo archimedeo per deductionem ad impossibile posse concludi, tubum cylindricum ex parallelogrammo esse ad annulum latum ex hyperbola, ut parallelogrammum ad parabolam..

Patet ergo ex dictis haberi nouo modo parabolæ quadraticæ quadraturam; nimirum parallelogrammum ei circumscriptum, esse ipsius sesquialterum. Probatum fuit enim in anteced. proposit. tubum cylindricum ex parallelogrammo GC , circa kM , esse sesquialterum annuli lati ex hyperbola circa eandem kM . Sed infra adhibendo aliud solidum hyperbolicum, parabolam alio nouo modo quadrabimus; nunc suggerendæ sunt lectori quamplurimæ nouæ notitiæ geometricæ, quæ ex hac propositione, & ex dictis in lib. de Infin. Par. deducuntur.

SCHOLIUM II.

Deducitur ergo ex dictis, & ad modum superiorum,

L rum,



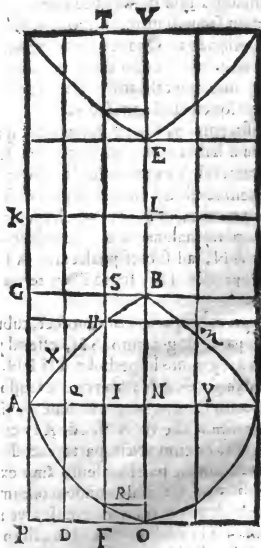
rum, parabolam AOC , & annulum latum prædictum ex hyperbola ABC , esse quantitates proportiona-

tionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Quot ergo noua notitiæ deducantur ex hac doctrina tam circa magnitudinem, quam circa grauitatem talis annuli lati, ex nostro opere cit. vnusquisque potest agnoscere.

Ex *proposit. enim 9, lib. pri.* agnosceat quænam sit ratio, quam habet tubus cylindricus ex *GI*, ad portionem annuli lati ex portione minori hyperbolæ *AHJ*; nempe esse ad ipsum vt tres *AN*, ad excessum ipsarum supra *AN*, *NI*, & harum tertiam minorem proportionalem. Vel subtriplando terminos, esse vt *AN*, ad subsesquialteram *AI*, cum tertia parte excessus *IN*, supra illam tertiam proportionalem.

Ex *schol. prim. proposit. 10* agnosceat, tubum cylindricum ex parallelogrammo *SN*, esse ad portionem annuli ex segmento hyperbolæ *IHB*, vt tripla *AN*, ad duplam *AN*, vna cum excessu ipsius supra prædictam tertiam proportionalem. Et subtriplando terminos, esse vt *AN*, ad *AI*, cum duobus tertijs *IN*, & cum tertia parte excessus *IN*, supra illam tertiam proportionalem. Imo ex *schol. 3. cit. proposit. agnosceat*, esse eundem tubum cylindricum ad eandem portionem annuli, vt triplum rectangulum *TSI*, ad duplam rectangulum *TSI*, cum rectangulo *THI*. Et subtriplando terminos, vt rectangulum *TSI*, ad subsesquialterum ipsius, cum tertia parte rectanguli *THI*.

L 2 Ex



Ex schol. prim. proposit. 12. agnoscer rationem
tubi cylindrici ex parallelogrammo SQ, ad seg-
men-

mentum annuli ex segmento intermedio semihyperbolæ QXH .

Ex schol. prim. proposit. 13. agnoscet rationem tubi ex parallelogrammo SC , ad portionem annuli ex portione maiori hyperbolæ IHC .

Ex schol. proposit. 14. agnoscet rationem, quam habet tubus cylindricus ex parallelogrammo SY , ad segmentum annuli ex segmento intermedio $IHBZY$, intercipiente axim BN .

Sed portioni minori hyperbolæ AHI , intellecto circumscripto parallelogrammo HA , agnoscet ex proposit. 15. tubum cylindricum ex parallelogrammo HA , esse ad portionem annuli ex portione AHI , ut tripla AN , cum tripla NI , ad duplā AN , cum vnica NI . Imo ex schol. eiusdem proposit. agnoscet, tubum prædictum esse ad prædictam annuli portionem, ut IC ad dimidiam IC , cum sexta parte IA .

Ex scholio proposit. 17. agnoscet rationem tubi cylindrici ex parallelogrammo HC , ad portionem annuli ex portione maiori IHC . Ex eodem schol. etiam agnoscet talem rationem esse, ut est AI , ad dimidiam AI , cum sexta parte IC . Quare agnoscet vniuersaliter, quod tubus cylindricus ex altero parallelogrammorum HA , HC , ad portionem annuli sibi correspondente non esse, ut basis reliquæ portionis hyperbolæ, ad sui dimidiam, cum sexta parte basis portionis reuolutæ.

Ex proposit. 18. agnoscet rationem tubi ex parallelo-

lelo-

lelogrammo HQ , circumscripto segmento intermedio QXH , ad segmentum annuli ex tali segmento intermedio.

Tandem ex schol. proposit. 20. agnoscet rationem segmenti annuli ex segmento IHB , ad portionem annuli ex portione IAH . Quia agnita, non ignorabit rationem portionis annuli ex portione IHB , ad prædictam portionem annuli ex portione IAH .

SCHOLIUM III.

Pariter, cum ut diximus, prædictus annulus latus ex hyperbola sit quantitas proportionaliter analoga etiam in gravitate cum parabola quadratica; ex lib. 3. de Infin. Parab. agnoscet lector centrum gravitatis quamplurimum segmentorum prædicti annuli lati.

Ex schol. ergo 2. proposit. 2. agnoscet centrum gravitatis annuli ex semihyperbola ABN , sic secare kL , ut pars terminata ad k , sit ad partem terminatam ad L , ut 3. ad 3.

Ex schol. pri. proposit. 14. agnoscet centrum gravitatis in KL , portionis annuli ex portione minori IAH .

Ex schol. prim. proposit. 16. agnoscet centrum gravitatis segmenti annuli ex segmento IHB . Hoc autem centrum etiam alio modo agnoscet ex dictis in calce eiusdem scholij.

Ex schol. prim. proposit. 17. agnoscet modum reperiendi

periendi centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento intermedio $QXH I$. Quod etiam inueniet alio modo expresso in eodem schol o.

Ex schol. proposit. 19. agnoscat modum reperiendi centrum grauitatis portionis annuli ex portione maiori $I H B C$.

Tandem ex schol. proposit. 21. agnoscat modum reperiendi centrum grauitatis segmenti intermediij annuli ex segmento intermedio $I H B Z Y$, intercipiente axim $B N$.

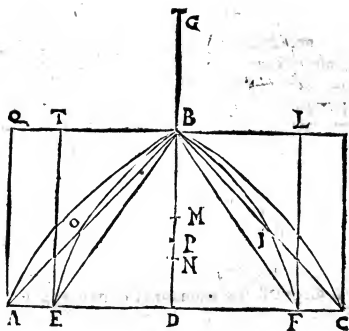
Hæ ergo sunt notitiæ geometricæ, quæ deducuntur ex anteced. proposit. Quibus addenda est. Quod cum notatum sit in schol. prim. proposit. 8. lib. 4. Parabolam, sphaeram, sphaeroides, & excessum cylindri supra duos conos inuersè positos, quorum bases oppositæ bases cylindri, vertex verò medium punctum axis, esse magnitudines proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in grauitate; sequi ex dictis, his associari annulum prædictum ex hyperbola.

PROPOSITIO XXVII.

In schemata proposit. quinta, excessus cylindri circumscripti conoidi hyperbolico supra cylindrum circumscriptum conoidi parabolico, erit triplus excessus conoidis hyperbolici supra conoides parabolicum.

Conoi-

Conoidibus hyperbolico ABC , & parabolico EBF , sint circumscripti cylindri QC , TF . Dico tubum cylindricum $QELC$, trip'um esse excessus conoidis ABC , supra conoides EBF . Quoniam enim cylindrus QC , est ad cylindrum TF , ut quadratum AD , ad quadratum DE ; nempe ex hypothesi, ut DG , ad GB ; ergo per conuersionem rationis & conuertendo, erit tubus cylindricus $QELC$, ad cylindrum QC , ut BD , ad DG . Sed ex proposit. 5. 7. & 11. cylindrus QC , est ad conoides ABC , ut DG , ad dimidium BG , cum tertia parte DB : ergo ex æquali, erit tubus $QELC$, ad conoides ABC , ut DB , ad dimidiam GB , cum tertia parte DB . Rursum, quoniam diuidendo, est tubus $QELC$, ad cylindrum TF , ut rectangulum AEC , ad quadratum ED , nempe ex hypothesi, ut DB , ad BG , & conoides EBF , est dimidium cylindri TF , ut ostendimus præcipuè in lib. 2. proposit. 15. Ergo tubus $QELC$, erit ad conoides EBF , ut DB , ad dimidiam GB . Sed erat ad totum conoides ABC , ut eadem DB , ad dimidiam GB , cum tertia parte DB . Ergo $QELC$, erit ad reliquum, nempe ad differentiam conoideorum, ut DB , ad sui tertiam partem; nempe erit triplustalis excessus. Quod erat ostendendum.



ALITER.

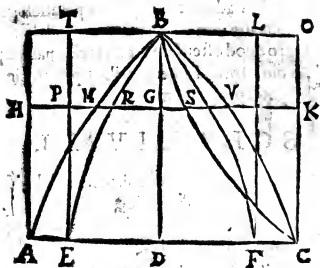
Quoniam tam totus cylindrus QC , est triplus totius con i ABC , quam ablatus cylindrus TF , est triplus ablati con i EBF (inscriptis prius conis in conoidibus); ergo & reliquus tubus $QELC$, triplus erit reliqui; nempe differentiarum conorum. Sed ex proposit. 4. differentia conorum est æqualis differentiarum conoideorum. Ergo tubus erit etiam triplus differentiarum conoideorum. Quod &c.

M PRO-

PROPOSITIO XXVIII.

Excessus cylindri circumscripti conoidi hyperbolico supra cylindrum circumscriptum conoidi parabolico sæpe explicato, est ad differentiam conoideorum, ut parallelogrammum circumscriptum trilineo quadratico ad ipsum, tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; si diametri trilinei, & conoidis secentur proportionaliter.

Sint ergo conoidea hyperbolicum ABC , & parabolicum EBF , ut sæpe dictum est, cum circumscriptis cylindris QC , TF , & insuper sit semiparabola BCO , cuius diameter OB , basis OC , & parallelogrammum ei circumscriptum sit DO , adeo ut DBC , sit trilineum quadraticum, cuius diameter DB . Dico tubum cylindricum $QELC$, esse ad differentiam conoideorum, ut parallelogrammum DO , ad trilineum BDC , tam secundum totum, quam secundum partes proportionales: Sumatur in DB , diametro arbitrariè punctum G , per quod in solidis intelligatur transire planum HK , plano AC , parallelum, secans tubum in P , conoides hyperbolicum in M , & parabolicum in R : item in parallelogrammo ducatur GK , parallela DC , secans curvam parabolicam in S . Quoniam ex proposit. 3. rectangulum AEC , est ad rectangulum MRV , ut quadratum DB , ad quadratum



quadratum BG; & vt rectangulum AEC, hoc est
 rectangulum HPk, ad rectangulum MRV, sic
 armilla circularis HPk, ad armillam circularem
 MRV: ergo vt armilla circularis HPk, ad armil-
 lam circularem MRV, sic quadratum DB, ad
 quadratum BG. Sed ex natura parabola quadrati-
 ca, est etiam vt quadratum DB, ad quadratum
 BG, sic DC, seu KG, ad GS. Ergo & vt ar-
 milla HPk, ad armillam MRV, sic kG, ad GS.
 Cum verò punctum G, sumptum sit ad libitum; er-
 go vt omnes armillae tubi cylindrici QELC, pa-
 rallelae armillae AEC, ad omnes armillas differen-
 tia conoid. orum, parallelas AEC, sic omnes li-
 neae parallelogrammi DO, parallelae DC, ad om-

M 2 nes

nes lineas trilinei CDB , parallelas itidem DC ; nempe vt tubus ad differentiam, sic parallelogrammum ad trilineum.

Cum vero quod ostensum est de totis, pateat posse eodem modo probari de partibus proportionalibus, ideo patet propositam.

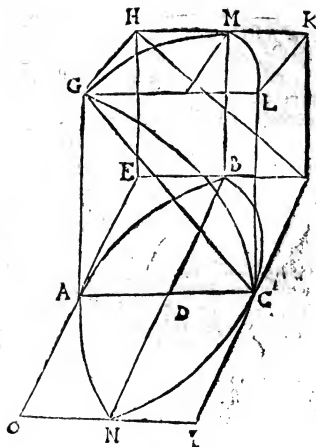
SCHOLIUM I.

Patet ergo quomodo adhibito etiam alio solido hyperbolico, nempe differentia conoideorum, possumus quadrare parabolam. Cum enim ex proposit. anteced. tubus cylindricus $QELC$, sit triplus differentię conoideorum; etiam parallelogrammum triplum erit trilinei; & consequenter sesquialterum femiparabolę.

Insuper patet, quod cum in schol. 2. proposit. 18. probatum sit, conum, trilineum quadraticum, excessum cylindri circumscripti hemisphęrio, & hemisphęroidi, & excessum tubi cylindrici super annulum latum ex hyperbola circa secundam diametrum, esse quantitates proportionaliter analogas, patet inquam, his pro sexta addi differentiam conoideorum prædictam.

SCHOLIUM II.

In proposit. 11. lib. 2. de Infinit. Parab. cuius schema hic apponimus, probauimus, quod si sint
duę



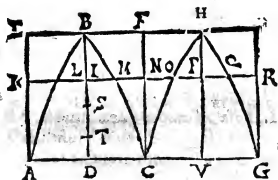
duæ quælibet figuræ ABC , $AEFC$, supra eandem basim AC , & circa communem axem BD ; sintque hæc talis naturæ, ut ipsis duplicatis ad partes AC , hæc euadat communis axis ambarum figurarum; probauimus inquam, intellectis ambabus figuris

ris gyrari circa parallelam ipsi BD , ductam per punctum C , quæ sit v.g. CF , solidum rotundum ortum ex figura $A E F C$, esse ad solidum rotundum ex figura $A B C$, vt figura $A E F C$, ad figuram $A B C$. Hoc probauimus medijs truncis sinistris cylindricorum rectorum supra figuris existentium, vt loco cit. potest conspici. Ex hac vniuersali propositione deduximus ibidem quamplurima corollaria; quibus potest aggregari, quod si $A B C$, esset hyperbola, & $E C$, esset parallelogrammum ipsam circumscribens, & haberetur quadratura hyperbolæ, nequaquam ignoraretur ratio cylindri ex $E C$, circa CF , ad annulum strictum ex hyperbola $A B C$, circa CF . Verum illa propositio potest vniuersaliter proponi; non solum enim illud verum est; sed etiam verificatur, quod si illæ duæ figuræ rotentur circa parallelam ipsi CF , sed extra figuras ductam, adeo vt ex figuris ciatis generentur annuli lati: nihilominus annulum latum ex $A E F C$, ad annulum latum ex $A B C$, esse vt figura $A E F C$, ad figuram $A B C$. Hoc posset probari medijs iisdem truncis, & hoc pacto liceret ampliare doctrinas de truncis in illo opere expositas; sed de his forsitan aliquando. In præsentem probabimus medijs ad nostrum institutum magis accommodatis, sequentem propositionem vt ex huius cognitione inquiramus centra grauitatis infinitorum annulorum, vt infra patebit.

PRO-

PROPOSITIO XXIX.

Si super eadem basi & circa eandem diametrum sint qualibet figura & parallelogrammum ipsam circumscribens. Cylindrus ex parallelogrammo ad solidum ex figura, reuolutis ambobus circa parallelam diametro ductam vel per extremitatem basis, vel extra basim, erit ut parallelogrammum ad figuram.



Super eadem basi AC, & circa eandem diametrum BD, sint quælibet figura ABC, & parallelogrammum EC, ipsam circumscribens & intelligamus ambas figuras prius rotari circa FC. Dico cylindrum EG, esse ad solidum ex figura ABC, circa eandem FC, quod sit ABCHG, ut EC, ad ABC. Accipiat in BD, arbitrarè punctum I, per quod intelligantur transire in figuris linea kN, AC, parallela, in solidis verò pla-

planum KN , item AG , parallelum. Quoniam enim ut kN , ad LM , sic (sumpta NR , communi altitudine) rectangulum kNR , ad rectangulum sub LM , & sub NR ; & NR , est æqualis MQ , quia MN , est æqualis tam NO , quam QR , unde etiam rectangulum sub LM , & sub NR , est æquale rectangulo LMQ . Ergo etiam ut kN , ad LM , sic rectangulum kNR , ad rectangulum LMQ . Sed ut rectangulum kNR , ad rectangulum LMQ , sic circulus, kNR , ad armillam circularem LMQ . Ergo & ut KN , ad LM , sic circulus KNR , ad armillam circularem LMQ . At punctum I , sumptum est vnicunque. Ergo & ut vnum ad vnum, ita omnia ad omnia: Ergo ut omnes lineæ figuræ EC , AC , parallelæ ad omnes lineas figuræ ABC , item AC , parallelas, sic omnes circuli solidi EG , circulo AG , paralleli ad omnes armillas solidi $ABCHG$. Ergo & ut figuræ ad figuram, sic solidum ad solidum.

Sed supponamus figuras prædictas rotari circa ST , positam ultra C , ipsi BD , parallelam, adeo ut ex figuris generentur tubus cylindricus, & annulus latus ut in sequenti schemate. Dico nihilominus esse EC , ad figuram ABC , ut tubus ECY , ad anulum ex figura ABC . Nam accepto ut prius, puncto I , arbitrariè, factisque iisdem, concludemus eodem modo esse ut KN , ad LM , sic rectangulum KNR , ad rectangulum LMQ ; nempe



pe sic armillam circulearem kNR , ad armillam circulearem LMQ . Quare eodem modo concludemus esse figuram EC , ad figuram ABC , vt solidum ex EC , circa ST , ad solidum ex figura ABC , circa eandem TS . Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM.

Cum præsens propositio sit proposita in tanta vniuersalitate, adeo vt comprehendat infinitas figuras circa diametrum, & infinitis modis diuersificatas, impossibile videtur posse ipsam ostendi in tali vniuersalitate vnica constructione nisi per indiuisibilia. Modo etiam archimedeo probari potest, sed in casibus particularibus, & constructionibus proprijs, vt quilibet poterit experiri.

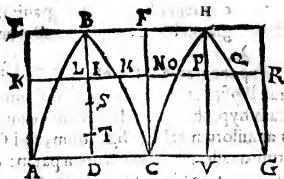
Ex hac autem vniuersalissima propositione, ea omnia, quæ sunt deducta in corollarijs proposit. cit. in opere de infinit. parab. circa varia solida annulorum

N stri.

strictorum ex varijs figuris genitorum, possunt deduci etiam in infinitis solidis annulorum latorum; quæ autem ea sint, inspiciatur ibidem. Nes enim in presenti non manifestabimus nisi infinitorum annulorum tam strictorum, quam latorum centra gravitatis. Nam facili negotio ex dictis in lib. 4. infinit. parabol. agnosceamus figuras prædictas esse quantitates proportionaliter analogas cum suis annulis, tam strictis, quam latis. *N. g.* facile agnosceamus figuram ABC , esse quantitatem proportionaliter analogam tam cum annulo stricto $ABCHG$, in prima figura, quam cum annulo lato ex eadem ABC , in secunda figura. Quare etiam duo annuli ex eadem figura, nempe & strictus, & latus erunt quantitates proportionaliter analogæ tam in magnitudine, quam in gravitate. Sequitur ergo nos habere centra gravitatis omnium illorum annulorum tam strictorum, quam latorum, quorum figurarum genitricium supra explicatarum, habemus centrum gravitatis.

Si ergo supponamus ABC , esse parallelogrammum veluti EC , quod rotetur vel circa suum latus FC , vel circa TS , ei parallelum (quod semper intelligendum erit in dicendis impofterum, ne cogamur idem cum lectorem tædio repetere) centrum gravitatis cylindri, vel tubi cylindrici, scilicet FC , vel TS , in ea ratione, in qua fecat BD , centrum gravitatis parallelogrammi.

Si verò supponamus ABC , nobis representare infinitas parabolas, habebimus centrum gravitatis
 infi-



infinitorum annulorum ex ipsis sic secare FC , ut pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad C , in primo annulo ex prima parabola ut 2. ad 1. In sec. ut 3. ad 2. in tertio ut 4. ad 3. & sic in infinitum. Ratio est, quia ex schol. prim. proposit. 2. lib. 2. habemus centrum grauitatis infinitarum parabolarum sic secare BD .

Si autem supponamus ABC , esse quamlibet infinitarum parabolarum, & EC , esse parallelogrammum infinitis parabolis circumscriptum. Habebimus centrum grauitatis infinitorum annulorum ortorum ex reuolutione excessuum infinitorum parallelogrammorum supra infinitas parabolis. Hoc autem centrum grauitatis sic secabit FC , ut pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad C , ut numerus annuli unitate auctus, ad triplum numerum annuli unitate auctum. V. g. in primo annulo ut 2. ad 4. In secundo, ut 3. ad 7. In tertio ut 4. ad

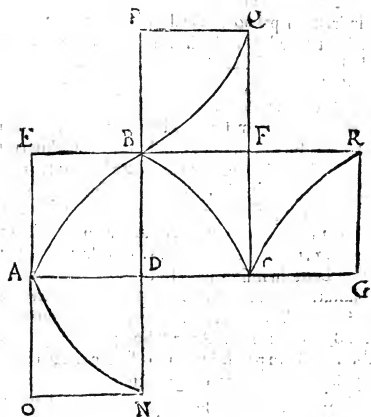
N 2 10. &

10. & sic in infinitum. Ratio est, quia ex schol. proposit. 8. eiusdem libri centrum gravitatis excessus parallelogrammi EC , supra parabolam sic secat ipsam BD .

Sed supponentes ABC , esse vel semicirculum, vel semiellipsim, vel circuli, aut ellipsis portionem, vel etiam hyperbolam. Habebimus centrum gravitatis annulorum talium figurarum, sed supposita figurarum quadratura. Hæc autem patent vera esse partim ex dictis in lib. 3. ubi in proposit. 24. assignauimus centrum gravitatis semicirculi; & in schol. prim. proposit. 25. omnium ipsius portionum; & in proposit. vltima lib. 4. in qua assignauimus centrum gravitatis omnium partium ellipsis; partim ex dictis in proposit. 22. huius, & in scholio eiusdem, ubi assignauimus centrum gravitatis hyperbolæ. Imo si in schemate illius propositionis, intelligamus excessum parallelogrammi GC , supra hyperbolam ABC , rotari vel circa HC , vel circa ipsi parallelam extra parallelogrammum: ex dictis ibidem, agnosceretur centrum gravitatis annulorum genitorum.

Existimantes autem ABC , esse cycloidem primariam; placitis Torricellij in lib. 1. de motu grau. schol. proposit. 18. annuentes, intelligemus centrum gravitatis annuli ex cycloide sic secare EC , ut pars terminata ad E , sit ad partem terminatam ad C , ut 7. ad 5.

Sed accipiamus schema sequens, in quo intelligamus semiparabolam BAO , duplicari ad partes basis

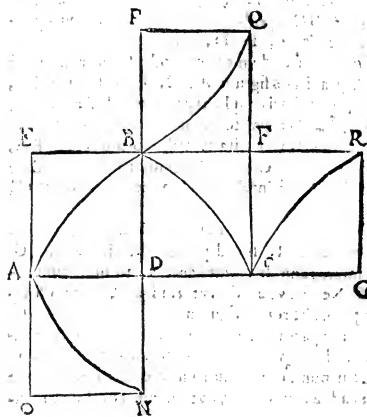


basis AD , adeo ut hæc euadat communis axis dua-
 rum si mparabolarum simul coniunctarum, hanc-
 que figuram intelligamus rotari vel circa ON , vel
 circa parallelam AD , extra figuram: centrum gra-
 uiratis productorum annulorum ita secabit ON ,
 vel illi parallelam &c. ut pars terminata ad O , sit ad
 partem

partem terminatam ad N , ut numerus annuli auctus ternario ad numerum annuli auctum unitate. Nimirum in primo ut 4. ad 2. In sec. ut 5. ad 3. In tertio ut 6. ad 4. & sic in infinitum. Ita enim ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. centrum æquilibrj semiparabolæ ABD , seu centrum gravitatis figuræ NAB , diuidit AD .

Prædictæ autem figuræ circumscripto parallelogrammo EN , & figura constante ex duobus trilineis $NOABE$, reuoluta prædicto modo: centrum gravitatis solidi geniti sic secabit ON , ut pars terminata ad O , sit ad partem terminatam ad N , ut unitas ad numerum annuli unitate auctum. Nempe in primo ut 1. ad 2. In sec. ut 1. ad 3. In tertio ut 1. ad 4. Et sic in infinitum. Ratio est quia centrum gravitatis talium trilineorum simul coniunctorum sic diuidit AD , ut centrum æquilibrj vnus v.g. AEB , diuidit EB . At ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. EB , in prædicta ratione secatur à tali centro æquilibrj. Quare patet propositum.

At si semiparabola quælibet intelligatur duplicari ad partes BF , ut figura constans sit $CDBQP$, & hæc rotetur vel circa DC , vel circa ipsi paralle-
lum. Centrum gravitatis solidi geniti secabit parti-
tem DC , ut pars terminata ad C , sit ad partem ter-
minatam ad D , ut numerus annuli ternario auctus,
ad numerum annuli unitate auctum. Nempe ut 4.
ad 2. ut 5. ad 3. &c. Item si trilineum CBQ , sic ro-
tetur; DC , sic secabitur ut pars terminata ad D ,
sit ad

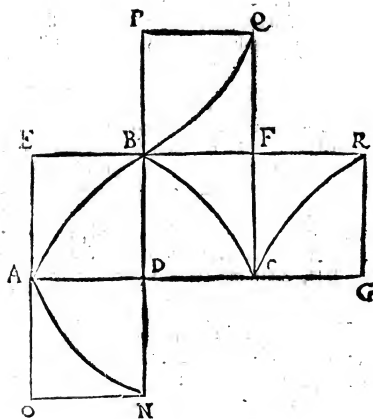


fit ad partem terminatam ad **C**, ut numerus annu-
 li-unitate auctus, ad unitatem. Ratio est quia eodem
 modo secatur **AD**, à centro gravitatis figuræ
NAB, sicuti secatur **BF**, à centro gravitatis fi-
 guræ **DCBQP**; ita tamen ut homologi termini
 extremi sint **A**, & **F**; **D**, & **B**. Item eodem
 modo

modo secatur AD , à centro gravitatis figuræ $ONABE$, sicuti secatur BF , à centro gravitatis figuræ CBQ ; existentibus pariter homologis punctis extremis A , F ; D , B .

Cum verò eodem etiam modo secetur BD , à centro gravitatis figuræ ABC , sicuti secatur FC , à centro gravitatis duplicatæ semiparabolæ DBC , in $BCRG$: pariter cum eodem modo secetur BD , à centro gravitatis trilineorum $AEBFC$, sicuti secatur FC , à centro gravitatis ipsius BCR ; sequitur quod si intelligamus figuram $BCRG$, rotari circa RG , &c. intelligemus pariter RG , sic diuidi à centro gravitatis geniti solidi, ut pars terminata ad R , sit ad partem terminatam ad G , ut numerus annuli unitate auctus, ad numerum annuli. Nempe ut 2. ad 1. ut 3. ad 2. &c. Item si intelligamus sic rotari figuram BCR ; RG , sic secabitur ut pars terminata ad R , sit ad partem terminatam ad G , ut numerus annuli unitate auctus ad triplum numerum annuli unitate auctum. Nempe ut 2. ad 4. ut 3. ad 7. ut 4. ad 10. Et sic in infinitum.

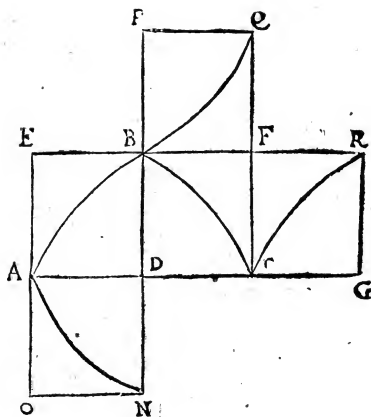
Quæ autem dicta sunt supra de parabola quatuor modis disposita; quantum ad assignationem centrorum gravitatis solidorum rotundorum ex ipsa generitorum, patet posse etiam applicari suo modo solidis genitis ex revolutione portionum circuli, & ellipsis, item semihyperbolæ sic dispositarum. Sed quodnam sit tale centrum relinquitur lectori consideran-



derandum . Præcipuè quia centra gravitatis figurarum genitricium non habentur nisi supposita ipsarum figurarum quadratura . Non sic relinquemus considerandum lectori , in quo puncto ipsius FC , vel ipsi parallelæ , sit centrum gravitatis solidi geniti ex excessu parallelogrammi EC , supra suppositam
 O cyclo-

cycloidem primariam ABC , reuoluto vel circa FC , vel circa dictam parallelam: Item in quo puncto ipsius RG , vel ipsi parallelæ sit centrum grauitatis duplicatæ semicycloidis $BDCRG$, ad partes FC : sed admonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex reuolutione figuræ $BDCRG$, sic secare dictam RG , vt pars terminata ad R , sit ad partem terminatam ad G , vt 7. ad 5. Ratio est, quia ita diuidit BD , centrum grauitaris cycloidis ABC , sicuti diuidit FC , centrum figuræ $BDCRG$. Item adinonebimus, centrum grauitatis solidi orti ex gyratione figuræ $AEBFC$, circa FC , sic secare FC , vt pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad C , vt 1. ad 3. Ratio est quia sic diuidit BD , centrum grauitatis prædictæ figuræ reuolutæ. Nam cum ex Torricellio de dimensione cycloidis, & ex Tacquet in dissertatione de circulorum volutionibus proposit. 20. demonstratione nunquam satis laudata, constet, $AEBFC$, esse tertiam partem cycloidis ABC ; & cum ex eodem Torricellio supra citato, supponamus centrum grauitatis cycloidis sic secare BD , vt pars terminata ad B , sit ad partem terminatam ad D , vt 7. ad 5; & pariter cum medium punctum BD , sit centrum grauitatis totius parallelogrammi EC , nempe centrum grauitatis parallelogrammi relinquat hinc inde 6, partes, quarum BD , supponitur. 12; lector in doctrinis Archimedis exercitatus facile agnosceret, centrum grauitatis prædicti excessus sic secare BD , vt pars

ter-



terminata ad B, fit ad partem terminatam ad D,
 vt 3. ad 9. seu vt 1. ad 3. Lector autem sic edo-
 ctus facile agnoscer etiam centrum grauitatis figuræ
 BCR, reuolutæ circa RG, &c. sic secare RG,
 vt pars terminata ad R, fit ad partem terminatam
 ad G, vt 1. ad 3.

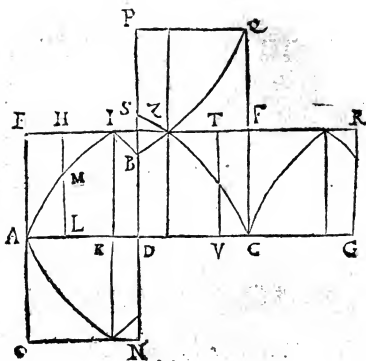
Q 2

Suppo-

Supponamus autem ABD , esse portionem minorem parabolæ cuiuscunque resectæ linea BD , diametro parallela, adeo ut AD , sit basis talis portionis; & intelligamus portionem ABD , duplicari ad partes BD , adeo ut BD , diametro parallela, euadat axis figuræ ABC ; & intelligamus confecto modo figuram ABC , rotari circa FC , &c. Ex proposit. 15. lib. 3. in qua assignatur centrum æquilibrij portionis ABD , in BD , diametro parallela, & consequenter centrum gravitatis figuræ ABC , habebimus centrum gravitatis talis solidi. Si vero intelligamus figuræ ABC , circumscriptum parallelogrammum EC ; cum excessus ipsius habeamus centrum gravitatis, quia habemus centrum gravitatis & parallelogrammi, & portionis, & ex proposit. 15. lib. pri. habemus rationem parallelogrammi ad figuram, & consequenter illius excessus ad figuram; habebimus etiam centrum gravitatis solidi ex illo excessu circa FC , vel illis parallelam. Quod vero dictum est de figura ABC , patet ex supradictis intelligendum etiam fore de figura $BCRG$. Sed si talis figura intelligeretur duplicata ad partes AD , adeo ut basis DA , euadat axis figuræ NAB . Ex proposit. 14. lib. 3. habebimus centrum gravitatis annulorum ex NAB , circa ON , vel illi parallelam. Idemque intelligendum est si figura intelligeretur duplicata ut $CDBQP$.

Si vero in sequenti figura, portio maior $AIBD$, parabolæ cuiuscunque, cuius basis AD , intelligatur

tur



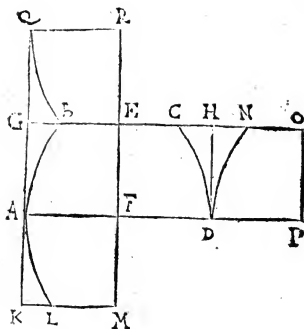
tur duplicata quatuor modis supra dictis, & intelligamus generari solida prædicta; nihilominus ipsorum solidorum habebimus centra gravitatis. Ratio est quia in proposit. 19. & 10. lib. 3. habemus centra æquilibrij maioris portiones parabolæ cuiuscunque sectæ linea diametro parallela, tam in prædicta linea diametro parallela, quam in basi. Vndè etiam habemus centra gravitatis duplicatæ portiones quatuor

tuor illis modis; & consequenter centra grauitatis illorum annulorum.

Sed si in eodem schemate, portionem $L M I B D$, parabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis LM , BD , diametro IK , inter ipsas interceptæ, parallelis, intelligamus disponi quatuor prædictis modis, & intelligamus consueto modo, generari quatuor species annulorum, vt sæpe dictum est: illorum omnium sciemus centra grauitatis; hæcque nos docent proposit. 21. & 22. lib. 3. in quibus assignantur centra æquilibrj illorum segmentorum tam in basi, quam in lineis diametro parallelis.

Sed si in sequenti schemate supponamus $ABEF$, esse segmentum semiparabolæ cuiuscunque resectæ lineæ BE , basi AF , parallela, intelligamusque hoc aptari quatuor consuetis modis, & vt in schemate. Habebimus centra grauitatis solidorum genitorum modis supra explicatis. Videat lector proposit. 10. lib. 3. in qua assignatur in EF , centrum grauitatis segmenti $ABCD$; & proposit. 11. in qua assignatur centrum æquilibrj segmenti $ABEF$, in basi AF .

Sed supponamus $FABE$, esse vtique segmentum semiparabolæ cuiuscunque, sed sic dispositæ vt AF , sit diameter, & BE , parallela diametro, adeovt $FABE$, sit segmentum ad diametrum, quod intelligatur duplicatum quatuor modis vt in schemate. Solidorum genitorum consueto modo ex figuris sic dispositis habebimus centra grauitatis. Quia in
pro-



proposit. 15. & 16. libri 3. habemus centra æquæ
 librij segmenti ad diametrum parabolæ cuiuscun-
 que, tam in basi, quam in linea diametro parallela.
 Solum videtur nobis lectorem admonendum, cir-
 cumscriptis figuris parallelogrammis; solidum ex
 excessu parallelogrammi GD, supra figuram
 ABCD, haberetale centrum gravitatis, quod sic
 fecer DH, FE, parallelam, vt pars terminata
 ad D, sit ad partem terminatam ad H, vt nume-
 rus annuli vnitate auctus ad vnitatem. V.g. in pri-
 mo, vt 2. ad 1. In secundo vt 3. ad 1. Et sic in
 infinitum. Ratio est quia AGB, est trilineum
 simile

simile toti trilineo totius semiparabolæ, in quo pariter centrum æquilibrij sic diuidit AG ; & consequenter centrum grauitatis duorum trilineorum AGB , CDH , simul sic diuidit FE , vt pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad E , vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem. Idem propter eandem rationem, intelligendum est de trilineo CDN , reuoluto vel circa ductam per N , seu C , ipsi EF , parallelam, vel circa alias parallelas EF , extra trilineum ductas.

Sed tandem supponamus $ABEF$, esse segmentum intermedium semiparabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis BE , AF , diametro parallelis, quod segmentum intelligatur dispositum quatuor modis. Omnium solidorum genitorum consueto modo nobis innotescant centra grauitatis ex proposito. 17. & 18. lib. 3.

Quot igitur solidorum habeantur ex antedicta proposit. centra grauitatis, de quibus neutrquam cognitio tenebatur, potuit lector animaduvertere. Sed non minorem vtilitatem capiemus ex sequenti propositione, quæ, modo ad nostrum institutum apto, explicata, ducet nos in cognitionem centrorum grauitatis quorundam solidorum, quæ vsque nunc geometria ignorauit. Præcipuè ex ipsa venabimur centra grauitatis omnium semifulorum parabolicorum; nempe docebimus in quo puncto basis sit centrum grauitatis solidi ex semiparabola quacunque reuoluta circa basim.

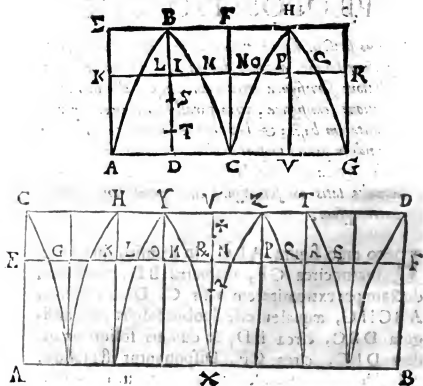
PRO.

PROPOSITIO XXX.

Annulus strictus figura antecedentis propositionis aequatur quatuor solidis, quorum duo sint, qui oriuntur ex revolutione semifigura circa diametrum, alia duo ex revolutione semifigura, circa parallelam diametro per extremitatem basis; & hoc tam secundum rotum, quam secundum partes proportionales. Item annulus latus ex eadem figura aequatur duobus primis solidis, & duobus annulis latis ex semifigura circa parallelam diametro extra ipsam.

ESto ergo figura ABC , in primis, quæ reuoluatur circa CF , diametro BD , parallelam ductam per extremitatem basis C . Dico annulum $ABCHG$, æqualem esse duobus solidis ex semifigura DBC , circa BD , & duobus solidis ex eadem DBC , circa CF . Disponantur ista solida, vt in schemate, sec. adeo vt contineantur omnia inter duo plana AB , CD , parallela. Sicuti autem taliter sunt disposita vt duo genita ex revolutione DBC , circa diametrum occupent modicum locum, ita potuissent disponi quocunque alio modo; & sicuti disponuntur vt vnum aliud tangat, ita potuissent disponi vt essent ab inuicem dissita quocunque intervallo. Disposita autem fuerunt sic tanquam concinno modo ad inferenda pulcherrima, quæ ex tali propositione deducuntur. Accipiat in diametro BD ,

P primæ



primæ figuræ, quodlibet punctum I , per quod ducatur planum LQ , plano AG , parallelum. Cum autem CA , in secunda figura supponatur æqualis ipsi BD , in prima, fiat CE , æqualis BI , & per E , agatur planum EF , AB , CD , planis parallelum. Rectangulum LMQ , primæ figuræ, dividitur in rectangula IMQ , & LI , MQ . Rectangulum IMQ , est æquale rectangulis IMP , IM ,

IM, PQ, seu MIL. Pariter rectangulum LI, MQ, cum sit æquale rectangulo IMQ, diuiditur in eadem rectangula. Quare colligemus, rectangulum LMQ, æquale esse duobus rectangulis IMP, & duobus rectangulis MIL. Rectangulum IMP, in prima figura, æquatur rectangulo EGK, in secunda; vnde duo rectangula IMP, primæ, æquantur duobus rectangulis EGK, RSF, secundæ: item duo rectangula MIL, primæ, æquantur duobus rectangulis LOM, NPQ, secundæ; vnde omnia quatuor rectangula primæ, æquantur quatuor rectangulis secundæ. Ergo etiam rectangulum LMQ, primæ, æquabitur rectangulis EGK, LOM; NPQ; RSF, secundæ. Ergo & armilla circularis LMQ, solidi primæ figuræ, æquabitur armillis circularibus EGK; RSF, & circulis LOM, NPQ, secundæ. Cum autem puncta I, & E, sumpta sint ad libitum, inuenta que sit æqualitas inter plana prædicta; rectè deducemus, necdum omnes armillas circulares solidi primæ figuræ plano AG, parallelas, æquales esse omnibus armillis circularibus, & omnibus circulis solidorum secundæ; sed etiam solidum primæ æquari omnibus solidis secundæ.

Quod autem probatum fuit de totis, pater eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; quia non dissimili modo probabimus partem solidi primæ contentam inter plana parallela LQ, AG, æquari parti solidorum secundæ, conten-

æ inter plana AB , EF , parallela. Quare patet propositum.

Secunda pars propositionis; nempe quod in sequenti figura, annulus latus ex figura ABC , circa TS , reuoluta sit æqualis duobus solidis ex DBC ,



reuoluta circa BD , & duobus ex eadem reuoluta circa TS ; facta præparatione simili anteceden-
ti, lector facile proprio Marte cognoscet, discurrendo vt nos supra fecimus. Quare patet propositum.

SCHOLIUM I.

Nec etiam præsens propositio in tanta vniuersalitate proposita, videtur vnica constructione probari posse nisi methodo indiuisibilium. In figuris vero particularibus, factis particularibus præparationibus, probari etiam poterit modo Archimedeo. Si enim supponamus ABC , esse figuram ad partes B , de-

B, deficientem, lector in geometricis peritus facile agnoscat probari posse modo Archimedeo.

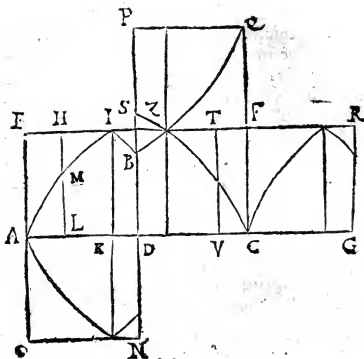
Ex his ergo, & ex dictis in lib. 4. de Infinit: Parab. colligemus sæpe replicatam doctrinam; nimirum: annulum primæ figuræ, & solida simul secundæ, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gravitate. Vnde cum solidum primæ sit magnitudo sic analoga cum figura ABC. Sequitur etiam omnia solida secundæ figuræ simul, esse analoga cum figura ABC, tam in magnitudine, quam in gravitate. Cum autem facile etiam sit cognoscere prædictorum solidorum simul secundæ figuræ esse centrum gravitatis in VX (vt hoc enim sequatur sic ex industria disposita fuerunt;) ergo centrum gravitatis prædictorum solidorum simul ita secabit VX, vt centrum gravitatis figuræ ABC, secat BD. Ex hac doctrina adinueniemus centrum gravitatis nonnullorum solidorum. Sed prius adnotabimus vnum particulare in sequenti scholio; quod existimamus P. Marium Bettinum Societatis Iesù si viueret, libenter excepisse.

SCHOLIUM II.

Galileus, in postremis Dialogis pag. apud nos 28, loquitur de paradoxo quodam geometrico, in quo intelligit demonstrare circuli circumferentiam, æqualem esse puncto. De hoc paradoxo vestigia Galilei sequentes, locuti sumus & in appendicula sexaginta

Supponamus autem ABD , esse portionem minorem parabolæ cuiuscunque resectæ linea BD , diametro parallela, adeo ut AD , sit basis talis portionis; & intelligamus portionem ABD , duplicari ad partes BD , adeo ut BD , diametro parallela, euadat axis figuræ ABC ; & intelligamus consueto modo figuram ABC , rotari circa FC , &c. Ex proposit. 15. lib. 3. in qua assignatur centrum æquilibrij portionis ABD , in BD , diametro parallela; & consequenter centrum grauitatis figuræ ABC , habebimus centrum grauitatis talis solidi. Si vero intelligamus figuræ ABC , circumscriptum parallelogrammum EC ; cum excessus ipsius habeamus centrum grauitatis, quia habemus centrum grauitatis & parallelogrammi, & portionis, & ex proposit. 15. lib. pri. habemus rationem parallelogrammi ad figuram, & consequenter illius excessus ad figuram; habebimus etiam centrum grauitatis solidi ex illo excessu circa FC , vel illis parallelam. Quod vero dictum est de figura ABC , patet ex supradictis intelligendum etiam fore de figura $BD CRG$. Sed si talis figura intelligeretur duplicata ad partes AD , adeo ut basis DA , euadat axis figuræ NAB . Ex proposit. 14. lib. 3. habebimus centrum grauitatis annulorum ex NAB , circa ON , vel illi parallelam. Idemque intelligendum est si figura intelligeretur duplicata ut $CDBQP$.

Si vero in sequenti figura, portio maior $AIBD$, parabolæ cuiuscunque, cuius basis AD , intelligatur



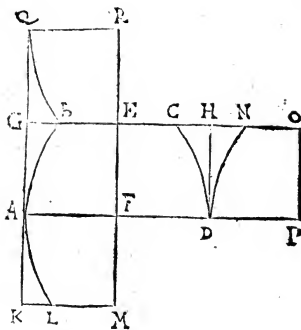
tur duplicata quatuor modis supra dictis, & intelligamus generari solida prædicta; nihilominus ipsorum solidorum habebimus centra gravitatis. Ratio est quia in proposit. 19. & 20. lib. 3. habemus centra æquilibrij maioris portiones parabolæ cuiuscunque resectæ linea diametro parallela, tam in prædicta linea diametro parallela, quam in basi. Vndè etiam habemus centra gravitatis duplicatæ portiones quatuor

tuor illis modis; & consequenter centra grauitatis illorum annulorum.

Sed si in eodem schemate, portionem $LMIBD$, parabolæ cuiusunque resectæ duabus lineis LM , BD , diametro IK , inter ipsas interceptæ, parallelis, intelligamus disponi quatuor prædictis modis, & intelligamus consueto modo, generari quatuor species annulorum, vt sæpe dictum est: illorum omnium sciemus centra grauitatis; hæcque nos docent proposit. 21. & 22. lib. 3. in quibus assignantur centra æquilibrij illorum segmentorum tam in basi, quam in lineis diametro parallelis.

Sed si in sequenti schemate supponamus $ABEF$, esse segmentum semiparabolæ cuiusunque resectæ linea BE , basi AF , parallela, intelligamusque hoc aptari quatuor consuetis modis, & vt in schemate. Habebimus centra grauitatis solidorum genitorum modis supra explicatis. Videat lector proposit. 10. lib. 3. in qua assignatur in EF , centrum grauitatis segmenti $ABCD$; & proposit. 11. in qua assignatur centrum æquilibrij segmenti $ABEF$, in basi AF .

Sed supponamus $FABE$, esse vtique segmentum semiparabolæ cuiusunque, sed sic dispositæ vt AF , sit diameter, & BE , parallela diametro, adeovt $FABE$, sit segmentum ad diametrum, quod intelligatur duplicatum quatuor modis vt in schemate. Solidorum genitorum consueto modo ex figuris sic dispositis habebimus centra grauitatis. Quia in
pro-



proposit. 15. & 16. libri 3. habemus centra æquæ
 librij segmenti ad diametrum parabolæ cuiuscun-
 que, tam in basi, quam in linea diametro parallela.
 Solum videtur nobis lectorem admonendum, cir-
 cumscriptis figuris parallelogrammis; solidum ex
 excessu parallelogrammi GD, supra figuram
 ABCD, haberetale centrum gravitatis, quod sic
 fecer DH, FE, parallelam, vt pars terminata
 ad D, sit ad partem terminatam ad H, vt nume-
 rus annuli unitate auctus ad unitatem. V.g. in pri-
 mo, vt 2. ad 1. In secundo vt 3. ad 1. Et sic in
 infinitum. Ratio est quia AGB, est trilineum
 simile

simile toti trilineo totius semiparabolæ, in quo pariter centrum æquilibrij sic diuidit AG; & consequenter centrum grauitatis duorum trilineorum AGB, CDH, simul sic diuidit FE, vt pars terminata ad F, sit ad partem terminatam ad E, vt numerus trilinei vnitate auctus, ad vnitatem. Idem propterea eandem rationem, intelligendum est de trilineo CDN, reuoluto vel circa ductam per N, seu C, ipsi EF, parallelam, vel circa alias parallelas EF, extra trilineum ductas.

Sed tandem supponamus AB EF, esse segmentum intermedium semiparabolæ cuiuscunque resectæ duabus lineis BE, AF, diametro parallelis, quod segmentum intelligatur dispositum quatuor modis. Omnium solidorum genitorum consueto modo nobis innotescant centra grauitatis ex propositione 17. & 18. lib. 3.

Quot igitur solidorum habeantur ex antedicta propositione centra grauitatis, de quibus neuiquam cognitio tenebatur, potuit lector animaduertere. Sed non minorem vtilitatem capiemus ex sequenti propositione, quæ, modo ad nostrum institutum apto, explicata, ducet nos in cognitionem centrorum grauitatis quorundam solidorum, quæ vsque nunc geometria ignorauit. Præcipuè ex ipsa venabimur centra grauitatis omnium semifulorum parabolicorum; nempe docebimus in quo puncto basis sit centrum grauitatis solidi ex semiparabola quacunque reuoluta circa basim.

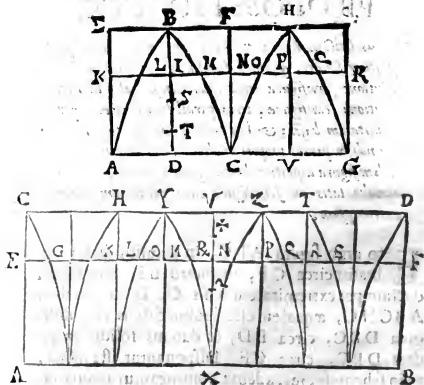
PRO.

PROPOSITIO XXX.

Annulus strictus figura antecedentis propositionis aequatur quatuor solidis, quorum duo sint, quæ oriuntur ex revolutione semifigura circa diametrum, alia duo ex revolutione semifigura, circa parallelam diametro per extremitatem basis; & hoc tam secundum totum, quam secundum partes proportionales. Item annulus latus ex eadem figura aequatur duobus primis solidis, & duobus annulis latis ex semifigura circa parallelam diametro extra ipsam.

ESto ergo figura ABC , in primis, quæ reuoluetur circa CF , diametro BD , parallelam ductam per extremitatem basis C . Dico annulum $ABCHG$, æqualem esse duobus solidis ex semifigura DBC , circa BD , & duobus solidis ex eadem DBC , circa CF . Disponantur ista solida, vt in schemate, sec. adeo vt contineantur omnia inter duo plana AB , CD , parallela. Sicuti autem taliter sunt disposita vt duo genita ex revolutione DBC , circa diametrum occupent medium locum, ita potuissent disponi quocunque alio modo; & sicuti disponuntur vt vnum aliud tangat, ita potuissent disponi vt essent ab inuicem distita quocunque intervallo. Disposita autem fuerunt sic tanquam concinno modo ad inferrenda pulcherrima, quæ ex tali propositione deducuntur. Accipiat in diametro BD ,

P primæ



primæ figuræ, quodlibet punctum I , per quod ducatur planum LQ , plano AG , parallelum. Cum autem CA , in secunda figura supponatur æqualis ipsi BD , in prima, fiat CE , æqualis BI , & per E , agatur planum EF , AB , CD , planis parallelum. Rectangulum LMQ , primæ figuræ, dividitur in rectangula IMQ , & LI , MQ . Rectangulum IMQ , est æquale rectangulis IMP , IM ,

IM, PQ, seu MIL. Pariter rectangulum LI, MQ, cum sit æquale rectangulo IMQ, diuiditur in eadem rectangula. Quare colligemus, rectangulum LMQ, æquale esse duobus rectangulis IMP, & duobus rectangulis MIL. Rectangulum IMP, in prima figura, æquatur rectangulo EGK, in secunda; vnde duo rectangula IMP, primæ, æquantur duobus rectangulis EGK, RSF, secundæ: item duo rectangula MIL, primæ, æquantur duobus rectangulis LOM, NPQ, secundæ; vnde omnia quatuor rectangula primæ, æquantur quatuor rectangulis secundæ. Ergo etiam rectangulum LMQ, primæ, æquabitur rectangulis EGK, LOM, NPQ, RSF, secundæ. Ergo & armilla circularis LMQ, solidi primæ figuræ, æquabitur armillis circularibus EGK, RSF, & circulis LOM, NPQ, secundæ. Cum autem puncta I, & E, sumpta sint ad libitum, inuentaque sit æqualitas inter plana prædicta; rectè deducemus, necdum omnes armillas circulares solidi primæ figuræ plano AG, parallelas, æquales esse omnibus armillis circularibus, & omnibus circulis solidorum secundæ; sed etiam solidum primæ æquari omnibus solidis secundæ.

Quod autem probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus; quia non dissimili modo probabimus partem solidi primæ contentam inter plana parallela LQ, AG, æquari parti solidorum secundæ, conten-

B, deficientem, lector in geometricis peritus facile agnoscet probari posse modo Archimedeo.

Ex his ergo, & ex dictis in lib. 4. de Infinit. Parab. colligemus sæpe replicatam doctrinam; nimirum, annulum primæ figuræ, & solida simul secundæ, esse quantitates proportionaliter analogas tam in magnitudine, quam in gravitate. Vnde cum solidum primæ sit magnitudo sic analoga cum figura ABC. Sequitur etiam omnia solida secundæ figuræ simul, esse analoga cum figura ABC, tam in magnitudine, quam in gravitate. Cum autem facile etiam sit cognoscere prædictorum solidorum simul secundæ figuræ esse centrum gravitatis in VX (ut hoc enim sequatur sic ex industria disposita fuerunt;) ergo centrum gravitatis prædictorum solidorum simul ita secabit VX, ut centrum gravitatis figuræ ABC, secat BD. Ex hac doctrina adinueniemus centrum gravitatis nonnullorum solidorum. Sed prius adnotabimus vnum particulare in sequenti scholio; quod existimamus P. Marium Bettinum Societatis Iesù si viueret, libenter excepisse.

SCHOLIUM II.

Galileus, in postremis Dialogis pag. apud nos 28, loquitur de paradoxo quodam geometrico, in quo intelligit demonstrare circuli circumferentiam, æqualem esse puncto. De hoc paradoxo vestigia Galilei sequentes, locuti sumus & in appendicula sexaginta

ginta problematum geometricorum, & in hoc opere in schol. 3. proposuit. 10, & in schol. 3. proposuit. 18. At P. Bettinus supradictus in tom. 3. sui *Ærarij* pareg. geom. schol. prim. & alibi, admonet paradoxum præsens nequaquam intelligendum esse geometricè, sed physicè: nam geometricè loquendo, Euclides, doctrinaque eius tradita in defin. 3. lib. 5. Element. ab omnibusque passim recepta huic asserto aduersatur. Proportio enim est duarum magnitudinum eiusdem generis, quatenus ad quantitatem pertinet, inmutua quædam habitudo. Quando ergo comparatur circumferentia cum puncto, & colligitur æqualitas, fit comparatio impropria, & quæ non est, cum sint quantitates diuersorum generum. At non deest alius medius terminus geometricus ostendens Galilei Parallogismum si intelligat geometricè loqui, non physicè. Hicque nobis suppeditatur ab antecedenti propositione, antecedentibusque solidis. Nam ad modum Galilei discurrentes, in maximum absurdum incideremus: ostenderemus enim circuli circumferentiam æqualem esse duabus circuli circumferentijs, quarum vnaquæque priori esset equalis, & insuper duobus punctis. Cum enim probatum sit, solidum ex ABC, in prima figura, æquale esse quatuor solidis in secunda figura tam secundum totum, quam secundum partes proportionales; sequeretur ex doctrina Galilei, quod cum tandem solidum ABCHG, in prima figura desinat in circumferentiâ circuli, cuius diameter BH, item

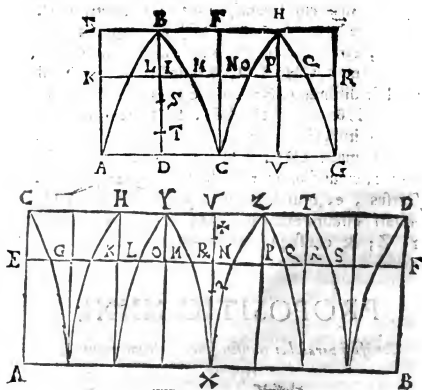
qua-

quatuor solidorum in secunda figura, duo extrema
 definant in circumferentijs, quarum diametri CH ,
 TD , media verò in punctis Y , Z , sequeretur in-
 quam, circumferentiam BH , æqualem esse cir-
 cumferentijs CH , TD , & punctis Y , Z . Quod
 est absurdissimum. Nam cum circumferentiæ sint vt
 diametri, & cum BH , CH , & TD , sint æqua-
 les; sequitur etiam circumferentias circulorum, quo-
 rum diametri CH , TD , duplas esse circumfe-
 rentiæ, cuius diameter BH . Erroneus ergo est di-
 scursus, ex quo hauritur circumferentiam BH ,
 æquari circumferentijs CH , TD , & punctis
 Y , Z ; & consequenter erroneus est Galilei dis-
 cursus.

PROPOSITIO XXXI.

*Semifusi parabolici cuiuscunque, centrum grauitatis
 reperire.*

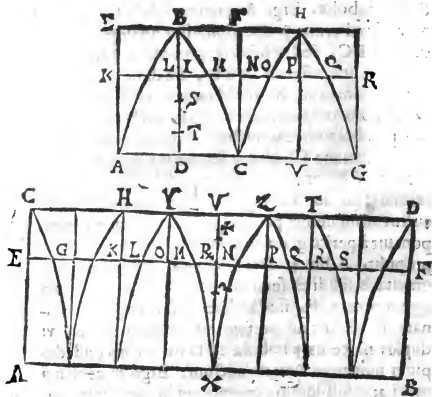
ESto ABD , semiparabola quæcunque in prin-
 a figura, cuius diameter AD , basis BD , quæ
 reuoluta circa basim BD , generet semifusum para-
 bolicum; huius oportet centrum grauitatis assigna-
 re. Semiparabola ABD , intelligatur duplicata
 ad partes basis BD , & figura ABC , ex duabus
 semiparabolis constans intelligatur rotari circa FC ,
 BD , parallelam. Item in secunda figura intelligen-
 tur quatuor solida sic disposita, vt duo extrema
 AH ,
 TB ,



TB, sint illa, quæ oriuntur ex semiparabola DBC,
 reuoluta circa CF, duo vero media sint illa, quæ
 oriuntur ex reuolutione semiparabolæ ABD, cir-
 ca basim BD, nempe sint duo semifusi parabolici
 ex data semiparabola. Ex proposit. anteced. con-
 stat quatuor solida secundæ figuræ esse proportiona-
 liter analoga cum solido ABCHG, primæ. Sed
 solidum ABCHG, primæ est proportionaliter ana-

analogum cum figura ABC , constante ex duabus semiparabolis. Ergo & quatuor solida secundæ figuræ simul erunt proportionaliter analogæ cum figura ABC . Sed ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. centrum gravitatis figuræ ABC , sic diuidit BD , vt pars terminata ad B , sit ad partem terminatam ad D , vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitæ auctum. Ergo & centrum gravitatis quatuor solidorum secundæ figuræ simul sic secabit VX , vt pars terminata ad V , sit ad partem terminatam ad X , vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitæ auctum. Supponatur à perito geometra, sic diuisa in \mathcal{B} . Item ex proposit. 18. lib. 4. de infin. parab. constat centrum gravitatis solidi ex semiparabolâ DBC , in prima figura circa CF , sic diuidere FC , vt pars terminata ad F , sit ad partem terminatam ad C , vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum vnitæ auctum. Ergo & centrum gravitatis solidorum extremorum in secunda figura, sic secabunt lineas circa quas semiparabolæ intelliguntur reuolutæ. Cum ergo talia solida sint ex instituto sic disposita, vt commune amborum centrum gravitatis cadat in VX : si ergo VX , sic diuidatur in \mathcal{A} , vt $V\mathcal{A}$, sit ad $\mathcal{A}X$, vt duplus numerus parabolæ ternario auctus, ad duplum numerum parabolæ vnitæ auctum; \mathcal{A} erit centrum gravitatis illorum solidorum simul. Cum ergo in VX , sit centrum gravitatis tam quatuor solidorum simul,

Q quam



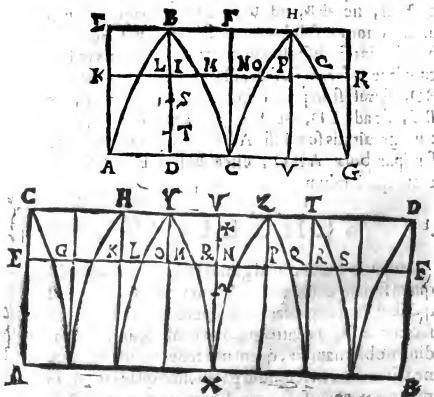
quam duorum extremorum; ergo & reliquorum
 duorum mediorum simul erit in VX, centrum gra-
 uis. Hoc autem reperietur si fiat reciprocè vt
 uita. media ad duo extrema, sic $\times R$, ad $R 2$. Cum
 duo media rotular. prim. proposit. 4. lib. 3. sit solidum
 ergo ex \times ad unum solidorum extremorum,
 unum media ad duo extrema, vt numerus para-
 bolæ ad numerum parabolæ unitate auctum; si fiat
 vt

vt numerus parabolæ ad numerum parabolæ vnitate auctum, sic $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{2}$. Erit $\frac{1}{2}$, centrum grauitatis duorum solidorum mediorum simul. Sed cum hæc fuerint sic disposita vt centrum grauitatis vniuscuiusque ipsorum sic secet illorum axim; si ergo axis BD, semifusi in prima figura, sic secetur in T, vt BT, sit ad TD, vt V2, ad $\frac{1}{2}$: erit T, centrum grauitatis semifusi ABC, orti ex reuolutione semiparabolæ ABD, circa basim BD. Quod erat reperiendum.

SCHOLIUM.

Inuentio huius centri grauitatis non continet aliquam seriem ordinatam. Verum tamen est, quod quilibet numero poterit exprimere rationem in qua secetur BD, à centro grauitatis talis semifusi, si ordinem obseruauerit, quem nos tenemus in inuentione talis centri in semifuso parabolico quadratico. In primo enim semifuso, cum sit conus, iam patet BD, sic secari vt pars ad B, sit ad partem ad D, vt 3. ad 1. In quadratico verò, consequenter ad supra dicta, si BD, sic secetur in S, vt BS, sit ad SD, vt numerus parabolæ ternario auctus ad numerum parabolæ vnitate auctum; quatum BD, erit 8, talium BS, erit 5, & quarum BD, erit 12, talium BS, erit 7, cum dimidia. Item si secetur in I, vt BI; sit ad ID, vt duplus numerus ternario auctus, ad duplum numerum vnitate auctum,

Q 2 qua-



quarum BD, erit 12, BI, erit 7. Ergo quarum
 BD, erit 12, talium BI, erit 7; BS, 7, cum
 dimidio IS, dimidium; ID, 5; DS, 4, cum
 dimidio. Fiat ergo ut numerus parabolæ ad nume-
 rum parabolæ unitate auctum sic IS, ad ST. Er-
 go quarum partium IS, est 2, talium ST, erit tria.
 Cum ergo quarum BD, erat 12, talium BS, esset 7,
 cum dimidio, & IS, dimidium. Ergo quarum BD,
 erit

erit 24; IS , erit 15, & BS , 15. Et qualium BD ,
erit 48, talium IS , erit 2, & BS , 36. Sed qualium
 IS , erat 2, talium ST , erat 3. Ergo qualium BD ,
erit 48, talium BT , erit 33, & TD , 15. Ergo
centrum gravitatis semifusi parabolici quadratici sic
diuidit BD , in T , vt BT , sit ad TD , vt 33, ad
15; & subtriplando terminos, vt 11, ad 5.

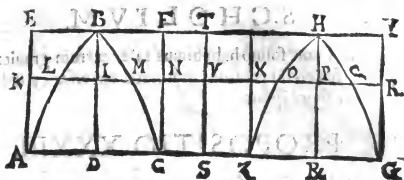
Sed non solum supradicta methodo reperiemus
centrum gravitatis semifusi parabolici, sed etiam ex-
cessus cylindri ipsi circumscripti supra ipsum; nem-
pe centrum gravitatis solidi extrilineo EBA , in pri-
ma figura reuoluto circa basim semiparabolæ BD .
Cum autem tale centrum facilius inueniatur alio mo-
do, ideo hunc experiemur in parabola quadratica in
numeris. Supponamus ergo BD , sectam bifariam
in S , & in T , sic vt BT , sit ad TD , vt 11, ad 5.
adeo vt T , sit centrum gravitatis semifusi ABC . Er-
go quarum BD , erit 16, talium ST , erit 3, &
 BS , 8. Ergo qualium BD , erit 37, cum tertia par-
te, talium ST , erit 7, & BS , 18, cum duobus ter-
tijs. Cum autem ex schol. prim. proposit. 14. lib. 2.
sit excessus cylindri circumscripti semifuso ad ipsum
vt 7, ad 8, & si fiat vt talis excessus ad semifusum,
sic recriptocè TS , ad SI , sit 1, centrum gravitatis
predicti excessus; erit SI , 8, qualium BS , est 18,
cum duobus tertijs. Ergo talium reliqua BI , erit
10, cum duobus tertijs. Qualium ergo BD , est
37, cum tertia parte, erit BI , 10, cum duobus
tertijs partibus, & reliqua DI , 26, cum duobus ter-
tijs.

tij. Ergo centrum gravitatis prædicti excessus fecat BD, in I, in prædicta ratione.

PROPOSITIO XXXII.

Semifusi hyperbolici cuiuscunque, supposita hyperbolæ quadratura, possumus centrum gravitatis reperire.

SVpponamus in seq. figura DBC, esse semihyperbolam, cuius diameter CD, basis BD, latus transuersum CZ, centrum S. Dico, supposita hyperbolæ quadratura, nos posse reperire centrum gravitatis semifusi hyperbolici ABC. Disponentur quatuor solida vt supra, & vt in secunda figura, sed duo extrema AH, TB, intelligantur esse annulos non strictos, vt schema exprimit, sed latos, ortos ex rotatione semihyperbolæ DBC, seq. figuræ circa secundam diametrum TS. Ergo horum quatuor solidorum sic dispositorum vt in illa figura habemus centrum gravitatis in VX, quia habemus centrum gravitatis solidi ABCZHG, seq. figuræ, quod ex proposit. 30. est proportionaliter analogum cum quatuor solidis secundæ figuræ. Habemus autem centrum gravitatis solidi ABCZHG, quia habemus in basi BD, centrum gravitatis figuræ ABC, constantis ex duabus semihyperbolis, ex proposit. 12. in qua, supposita hyperbolæ quadratura, inuentum fuit centrum æquilibrij semihyperbolæ DBC, in basi BD, & consequen-



sequenter centrum grauitatis in BD , ipsius ABC . Pariter, cum ex schol. 3. prop. 26. habeamus centrum grauitatis, sine suppositione quadraturæ hyperbolæ, annuli lati ex semihyperbola DBC , in hac figura reuoluta circa secundam diametrum TS ; habebimus consequenter ad supra dicta, in secunda figura, in VX , centrum grauitatis duorum solidorum extremorum, nempe duorum annulorum latorum AH , TB . Insuper ex schol. 2. prop. 32. supposita hyperbolæ quadraturæ, habemus in hac figura rationem, quam habet annulus latus $DBCZH$, ad semifulum ABC ; & consequenter in secunda figura, habemus rationem duorum solidorum extremorum simul ad duo solida media. Ergo consequenter habebimus in VX , secundæ figuræ centrum grauitatis duorum solidorum mediorum simul. Et pariter in hac figura, habebimus centrum in BD , semifuli ABC . Quod &c.

SCHO-

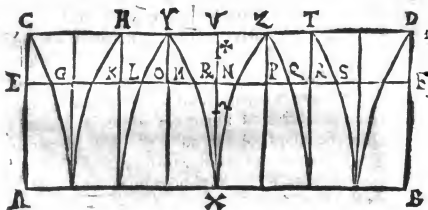
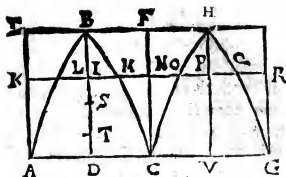
SCHOLIUM

Sed non solum habebimus tale centrum grauitatis, sed etiam centrum grauitatis excessus cylindri EC , supra ipsum.

PROPOSITIO XXXIII.

Annuli stricti ex semiparabola quacunque, cuius exponens sit numerus par, reuoluta circa parallelam diametro ductam per extremitatem basis, centrum grauitatis assignare.

ESto semiparabola quæcunque DBC , cuius exponens sit numerus par, sitque eius diameter BD , basis DC , & intelligamus DBC , rotari circa CF , parallelam diametro BD , ductam per C : oporteat annuli producti centrum grauitatis reperire. Intelligamus semiparabolam duplicari ad partes BD , vt fiat tota parabola ABC , & intelligamus hanc totam rotari circa FC , vt fiat annulus $ABCHG$. Cum hic annulus ex proposit. 30. sit æqualis quatuor solidis dictis in illa propositione, disponantur hæc solida vt in secunda figura. Ergo horum quatuor solidorum simul centrum grauitatis ita secabit VX , vt secat BD , centrum grauitatis parabolæ ABC . Sed ex schol. prim. proposit. 2. lib. 3. hoc centrum ita secat BD , vt pars terminata ad B , sit ad



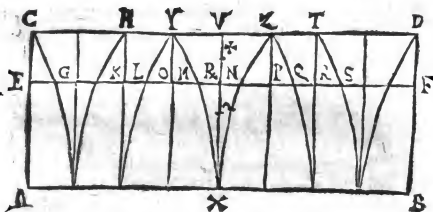
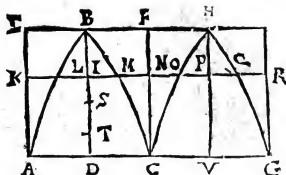
fit ad partem terminatam ad D, vt numerus parabolæ vnitate auctus ad numerum parabolæ. Ergo si VX, sic secetur in R, vt sit VR, ad RX, vt numerus parabolæ, seu annuli vnitate auctus, ad numerum parabolæ; erit R, centrum grauitatis solidorum quatuor simul sumptorum. Pariter, quoniam ex proposit. 14. lib. 4. centrum grauitatis cœnoidis ABC, sic in prima figura diuidit BD, vt

R pars

pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad D, vt dimidium numeri conoidis vnitate aucti, ad dimidium numeri conoidis; & cum sic in secunda figura sint disposita ex industria duo conoidea media, vt centrum grauitatis amborum simul sit in VX; si hæc sic secetur in 2, vt sit V2, ad 2X, vt dimidium numeri conoidis aucti vnitate ad dimidium numeri conoidis; erit 2, centrum grauitatis duorum conoideorum simul. Cum ergo in VX, sit centrum grauitatis tam quatuor solidorum simul, quam duorum conoideorum; ergo & in VX, erit centrum grauitatis duorum annulorum extremorum. Si ergo fiat vt duos annulos simul, ad duo conoidea simul, vel vt vnus annulus ad vnum conoides, nempe ex coroll. 3. lib. 3. vt numerus conoidis ternario auctus ad numerum conoidis vnitate auctum, sic reciprocè 2B, ad B*. Erit * centrum grauitatis duorum annulorum simul. Et si in prima figura secetur EC, in puncto in ratione F*, ad *X. Erit illud inuentum centrum grauitatis illius annuli. Res de se patet. Quare &c.

SCHOLIUM.

Sed nec etiam inuentio huius centri continet aliquam pulchram seriem; quilibet tamen assignabit in numeris rationem secundum quam diuiditur FC, à centro grauitatis prædicti annuli, si notabit sequentem ordinem quem tenemus in annulo semiparabolæ qua-



quadraticæ. In illa enim VX , sic secatur in \mathcal{R} ,
centro gravitatis quatuor solidorum simul, ut $V\mathcal{R}$,
sit ad $\mathcal{R}X$, ut 3. ad 2. In 2. vero ut $V2$, sit
ad $2X$, ut 2, ad 1, nempe ut 3, cum tertia par-
te, ad 1, cum duobus tertijs. Ergo qualium VX ,
est 5, talium $V\mathcal{R}$, est 3, & $V2$, est 3, cum ter-
tia parte; $\mathcal{R}2$, tertia pars; & qualium VX , est
25, talium $V\mathcal{R}$, est 9; $V2$, 10; & $\mathcal{R}2$, vmitas.

R 2 Qua-

Qualium ergo \Re 2, est 5, talium VX, est 75, V \Re , 45, & V 2, 50. Cum ergo qualium \Re 2, est 5, talium \Re \times , sit 3. Ergo qualium VX, est 75, talium V \times , erit 42. VX, ergo centrum gravitatis duorum annulorum secabitur in \times , & consequenter FC, sic secabitur à centro gravitatis prædicti annuli quadratici v.g. in N, vt FN, sit ad NC, vt 42, ad 33; nempe subtriplando terminos, vt 14, ad 11.

Habito autem centro gravitatis talis annuli, non ignorabitur centrum gravitatis conici BCH, orti ex rotatione trilinei BFC, circa basim FC. Quod licet possit haberi independententer ab inuento centro gravitatis annuli, vt patet ex superioribus, considerando per se, solidum ortum ex revolutione excessus parallelogrammi EC, supra parabolam ABC, circa FC, faciendo dispositionem vt supra; facilius tamen inuenietur ex centro annuli ex semiparabola prius inuento. Nam habetur etiam centrum gravitatis totius cylindri DH; & ex proposit. 17. lib. 2. habetur ratio prædicti annuli ad conicum BCH. Hoc autem sic in numeris inuenietur in conico quadratico: supponamus in secunda figura (in qua faciemus operationem in VX, & quam in ipsa faciemus intelligemus factam in FC) VX, esse sectam bifariam in \Re , & in 2, vt V 2, sit ad 2X, vt 14, ad 11. Ergo \Re , erit centrum gravitatis totius cylindri annulo circumscripti, & 2, erit ex dictis, centrum gravitatis annuli. Ergo qualium to-

ta VX , est 25 ; $V2$, 14 ; & $2X$, 11 ; talium $V\Re$, erit 12 , cum dimidia; & $\Re2$, 1 , cum dimidia. Cum ergo ex secunda parte proposit. 15 , lib. secun. sit diuidendo conicus BCH , ad annulum vt 2 , ad 10 , seu vt 1 , ad 5 ; & si fiat reciproce vt conicus, ad annulum, nempe vt 1 , ad 5 , sic $2\Re$, ad $\Re\star$, sit \star , centrum grauitatis conici; & cum sit vt 1 , ad 5 , sic vnum cum dimidio ad 7 , cum dimidio. Ergo $\star\Re$, erit 7 , cum dimidio. Quare reliqua $V\star$, erit 5 , & $\star X$, 20 . Ergo VX , sic secatur in \star , & FC , v. g. in N , à centro grauitatis conici BCH , vt CN , sit ad NF , vt 20 , ad 5 , seu vt 4 . ad 1 .

PROPOSITIO XXXIV.

Annuli stricti orti ex reuolutione semihyperbolæ, vt in anteced. proposit. supposita hyperbolæ quadratura, possumus centrum grauitatis assignare.

SEd supponamus DBC , esse semihyperbolam, &c. Dico etiam nos posse assignare centrum grauitatis annuli stricti ex semihyperbola DBC , circa FC . Reuoluta enim hyperbola ABC , tota circa FC , vt fiat annulus $ABCHG$, cum hic sit æqualis quatuor solidis dispositis vt in secunda figura, vt sape dictum est; ergo ex proposit. 22 . in qua assignatur centrum grauitatis in BD , hyperbolæ ABC , habebimus etiam centrum grauitatis quatuor illorum solidorum simul dispositorum. Sit hoc cen-

centrum \mathcal{R} . Item ex prop. 13. & 14. habemus centrum grauitatis conoidis hyperbolici, & consequenter duorum conoideorum dispositorum vt in secunda figura. Sit hoc 2. Pariter, quoniam ex proposit. 12. habemus centrum \mathcal{A} quilibrij semihyperbolæ DBC, in DC; habebimus etiam ex proposit. 4 lib 3. rationem quam habent solida ex semihyperbola DBC, reuoluta circa BD, & FC, ad inuicem; & consequenter habebimus rationem, quam habent in secunda figura duo solida extrema ad duo media. Si ergo fiat vt duo solida extrema ad duo media sic reciproce 2 \mathcal{R} , ad $\mathcal{R}\mathcal{R}$. Erit \mathcal{X} , centrum grauitatis duorum annulorum simul. Vndè patet quomodo possimus habere centrum grauitatis vnus annuli soli ex semihyperbola. Quod &c.

SCHOLIUM.

Habito centro grauitatis annuli, non ignorabitur centrum grauitatis conici hyperbolici BCH; pro qua re consideretur scholium antecedentis propositionis, discursusque in ipso expositus imitetur.

Quoniam autem ex doctrinis superius traditis licet nobis colligere centra grauitatis aliquorum solidorum, de quibus nunquam geometria locuta est; ideo vt hoc expeditius fiat, opere pretium ducimus doctrinas superius traditas aptius ordinare, regulam quandam generalem exponendo. Sciendum ergo est, quatuor esse centra grauitatis, quorum tribus
datis,

datis, licet quantum colligere. Nempe cētrum
 grauitatis figuræ ABC , circa diametrum; cētrum
 æquilibrj semifiguræ DBC , in DC : cētrum
 grauitatis solidi ABC , orti ex reuolutione semi-
 figuræ ABD , circa BD : & cētrum grauitatis se-
 mifiguræ DBC , reuolutæ circa FC . Nam datis
 tribus primis, patebit dari quantum sic. Dato cen-
 tro grauitatis figuræ ABC , datur cētrum graui-
 tatis solidi orti ex gyratione ABC , circa CF ; &
 consequenter cētrum grauitatis quatuor solidorum
 dispositorum in secunda figura. Secundo dato cen-
 tro æquilibrj semifiguræ DBC , in DC , dabitur
 ratio solidi ex semifigura DBC , reuoluta circa DB ,
 ad solidum ex eadem reuoluta circa CF ; ex propo-
 sit. 4. lib. 3. & consequenter in secunda figura dabi-
 tur ratio duorum solidorum mediorum ad duo extre-
 ma. Tercio dato cētro grauitatis solidi ABC , da-
 bitur etiam in secunda figura cētrum duorum soli-
 dorum mediorum simul. Si ergo \mathfrak{A} , sit cētrum
 quatuor simul, iam datum, & 2 , sit cētrum duo-
 rum mediorum etiam datum, si fiat $2\mathfrak{A}$, ad $\mathfrak{A}\mathfrak{A}$, in
 ratione data, nempe vt duo solida extrema, ad duo
 media, vel vt vnum ad vnum; erit \mathfrak{A} cētrum gra-
 uitatis duorum extremorum, vel vnus extremi, quod
 est quantum, quod quærebatur. Ita suppositis dari
 tribus quibusuis quatuor iam dictorum, patebit simi-
 li discursu, dari quantum. His animaduersis.

PRO:

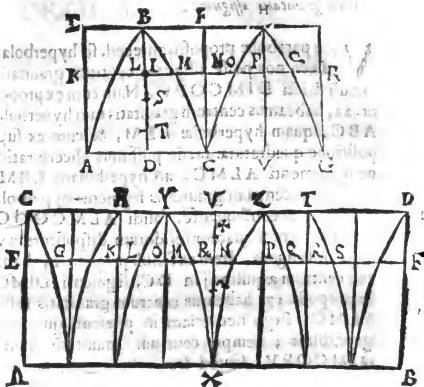
PROPOSITIO XXXV.

Annuli stricti orti ex revolutione segmenti semiparabolæ cuiuscunque, cuius exponens sit numerus par, respectu lineæ basi parallela, circa lineam ductam parallelam diametro per extremitatem basis possumus centrum gravitatis assignare.

Parabola quæcunque ABC , cuius numerus par, sit secta LM , AC , parallela, & intelligamus $DIMC$, rotari circa CF . Dico annuli orti nos posse assignare centrum gravitatis. Nam cum ex proposit. 10. lib. 3. habeamus centrum gravitatis segmenti parabolæ $ALMC$, habebimus etiam ex supra dictis, centrum gravitatis annuli $ALMCOQG$; & consequenter quatuor solidorum dispositorum ut in secunda figura. Ex proposit. 11. eiusdem libri habemus centrum æquilibrij figuræ $DIMC$, in basi DC . Ex schol. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum gravitatis solidi $ALMC$. Ergo quantum non ignorabitur; nempe centrum gravitatis solidi orti ex rotatione $DIMC$, circa NC . Quod &c.

SCHOLIUM.

Cum autem habeamus centrum gravitatis cylindri IV; & rationem ex schol. 2. proposit. 11. lib. 3. quam



3. quam habet cylindrus IV, ad conicum MCO;
habemus etiam in NC, centrum gravitatis talis
conici.

PROPOSITIO XXXVI.

*Annuli stricti orti ex rotatione segmenti semihyperbola re-
secta linea basi parallela (supposita segmenti quadratu-
-ORI*

S 14)

ra) modo in proposit. anteced. explicato, possumus centrum grauitatis assignare.

Vice parabolæ proposit. anteced. sit hyperbolæ. Dico nos posse assignare centrum grauitatis annuli stricti **DIMCOPV**. Nam cum ex proposit. 22, habeamus centrum grauitatis tam hyperbolæ **ABC**, quam hyperbolæ **LBM**, & cum ex suppositione quadraturæ facile possimus elicere rationem segmenti **ALMC**, ad hyperbolam **LBM**; habebimus centrum grauitatis segmenti hyperbolæ **ALMC**; & consequenter solidi **ALMCOQG**; & consequenter quatuor solidorum dispositorum vt in secunda figura. Item ex schol. proposit. 15, habemus centrum æquilibrij in **DC**, segmenti **DIMC**. Ex proposit. 17, habemus centrum grauitatis solidi **ALMC**. Ergo nec etiam in præsentī quantum ignorabitur; nempe centrum grauitatis annuli **DIMCOPV**. Quod &c.

SCHOLIUM.

Ex prædicto centro inuento, & ex ratione cylindri **IV**, reperta in citato schol. proposit. 15, per conuersionem rationis, ad conicum **MCO**, reperiemus in **NC**, centrum grauitatis conici **MCO**, prædicti.

PRO-

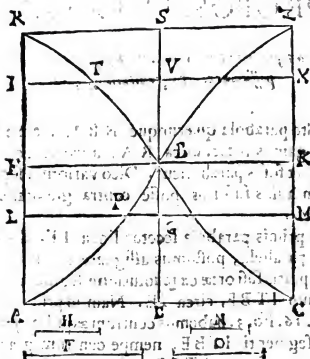
PROPOSITIO XXXVII.

*Variorum segmentorum infinitorum fuforum parabolicorum,
possumus centra gravitatis assignare.*

ESto parabola quæcunque RBA , quam intelligamus rotari circa RA , adeo ut generetur quilibet fufus parabolicus. Dico variorum segmentorum huius fusi nos posse centra gravitatis assignare.

In primis parabola fecetur linea IT , diametro EB , parallela, possumus assignare centrum gravitatis partis fusi ortæ ex revolutione segmenti ad diametrum $ITBE$, circa IE . Nam in primis ex proposit. 16. lib. 3. habemus centrum æquilibrij in IE , basi segmenti $ITBE$, nempe centrum gravitatis duplicatæ figuræ $ITBE$, ad partes IE . Secundo, ex proposit. 18. lib. 4. habemus centrum gravitatis portionis annuli orti ex revolutione segmenti $ITBE$, circa BV . Tertio ex schol. 3. proposit. 15. lib. 3. habemus centrum segmenti $ITBE$, in EB , nempe habemus rationem, quam habet solidum ex $ITBE$, segmento reholuto circa VB , ad solidum ex eodem segmento reholuto circa IE . Ex istis tribus centris datis, ad modum superiorum deducemus quartum, nempe centrum gravitatis segmenti fusi ex $ITBE$, segmento reholuto circa IE .

S 2 Secundo



Secundo, secetur parabola etiam LP ; EB , diametro parallela, adeo ut IT LP , intercipient diameter, possumus assignare centrum gravitatis segmenti intermedij fusi orti ex revolutione segmenti intermedij $ITBPL$, revoluti circa IL . Nam ex proposit. 21. lib. 3. habemus centrum gravitatis duplicatae figurae $ITBPL$, ad partes IL . Secundo ex proposit. 22. eiusdem lib. habemus centrum aequilibrj segmenti in LG ; nempe rationem solidorum

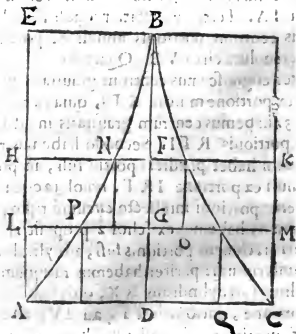
dorum reuolutorum circa VG , & IL . Tertio ex
proposit. 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis seg-
menti annuli ex segmento $ITBP$, reuoluto cir-
ca VG . Ergo quantum, nempe centrum segmen-
ti fusi ex eodem segmento circa LI , non ignora-
bitur.

Sic cognoscemus centrum grauitatis portionis
fusi ex portione maiori $ITBA$. Nam centrum
grauitatis duplicatae portionis habetur ex proposit.
19. lib. 3. Ex proposit. 20. eiusdem libri, habemus
rationem solidorum ex portione reuoluta circa VB ,
& circa IA . Tertio ex citata proposit. 18. lib. 4.
habemus centrum portionis annuli ex portione
 $ITBA$, reuoluta circa VB . Quare &c.

Pariter cognoscemus centrum grauitatis portio-
nis fusi ex portione minori RTI , quia ex proposit.
14. lib. 3. habemus centrum grauitatis in RI , du-
plicatae portionis RTI . Secundo habemus ratio-
nem, quam habet praedicta portio fusi, ad portio-
nem annuli ex portione IRT , reuoluta circa SV .
Quia mente portioni intellecto circumscripto paral-
lelogrammo, habemus ex schol. 2. proposit. 15. eius-
dem libri, rationem portionis fusi, ad cylindrum si-
bi circumscriptum: pariter, habemus rationem pra-
dicti cylindri ad cylindrum RX , quia habemus, ex
data portione, rationem IT , ad IV ; & conse-
quenter quadrati IT , ad quadratum IV : item
habemus ex schol. 2. proposit. 4. lib. 4. rationem cy-
lindri RX , ad portionem annuli ex portione RTI ,
circa

circa S V. Vnde ex æquali, habemus rationem portionis fusi ad portionem annuli. Tertio habemus centrum gravitatis prædictæ portionis annuli ex cit. prop. 18. lib. 4. Ergo quartum, nempe centrum gravitatis portionis fusi non ignorabitur.

Sed nec in sequenti figura, supposita semiparabola EBA, secta duabus lineis HN, LP, diametro EB, parallelis, ignorabimus centrum gravitatis segmenti fusi ex segmento intermedio HNPL.



Nam

Nam centrum grauitatis in HL , duplicati segmenti ad partes HL , habetur ex *proposit.* 17. libri 3. Item ex præcitata *proposit.* 18. lib. 4. habemus centrum grauitatis segmenti annuli ex segmento $HNPL$, circa BD . Tertium nempe ratio segmenti fusi ad segmentum annuli patebit haberi. Quia habemus ex *schol.* *proposit.* 18. lib. 3. rationem segmenti fusi ad cylindrum ex parallelogrammo LN , sibi circumscripto; sed habemus rationem talis cylindri ad cylindrum HM , & huius ex præcit. *schol.* 1. *proposit.* 4, lib. 4. ad segmentum annuli. Quare ex æquali, patet *propositum*. Cognitis vero tribus præcedentibus, quartum centrum quaesitum innotescet. Patuit ergo *propositum* in omnibus prædictis partibus.

SCHOLIUM.

Sicuti autem in antecedentibus reperta sunt centra grauitatis variorum segmentorum infinitorum fusorum parabolicorum, sic ex supposita quadratura hyperbolæ, eiusque segmentorum, liceret reperire tam centra grauitatis variorum segmentorum hyperbolæ quam variorum segmentorum fusi ex hyperbola, quod indicasse lectori sufficiat.

Ex superius ergo dictis patuit quot sint ea, quæ deducuntur ex *proposit.* 30. superiori, sed insuper alia possunt deduci nempe tres regulæ vniuersales in tribus sequentibus *proposit.* exprimendæ.

PRO-

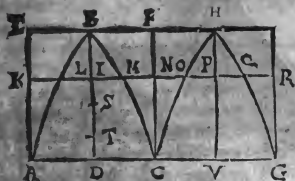
PROPOSITIO XXXVIII.

Data cuiuscunque semifigura circa diametrum quadratura, dataque ratione cylindri circumscripti solido ex semifigura reuoluta siue circa diametrum, siue circa duetam diametro parallelam, vel per extremitatem basis, vel extra figuram. Datur ratio cylindri circumscripti altero dictorum solidorum ad ipsum.

SIt data quaelibet semifigura DBC , circa diametrum BD , & data sit ratio quam habet parallelogrammum BC , ad ipsam figuram; insuper detur ratio, quam habet cylindrus ex BC , in prima figura, reuoluto siue circa DB , siue circa FC , ad alterum solidorum ex semifigura DBC , siue circa BD , siue circa FC : vel in secunda figura detur vel ratio cylindri EC , ad solidum ABC , vel cylindri DH , ad solidum ex DBC , reuoluta circa TS . Dico dari etiam rationem alterius cylindri, ad alterum solidum ex semifigura.

Probetur prius in prima figura, in qua intelligamus parallelogrammum EC , cum figura integra ABC , rotari circa FC . Ergo ex proposito 29. cum data sit ratio ex hypothese, parallelogrammi EC , ad figuram ABC , dabitur quoque ratio cylindri EG , ad solidum $ABCHG$. Sed tale solidum ex proposito 30. æquatur duobus solidis ex DBC , circa DB , & duobus, ex eadem circa FC .

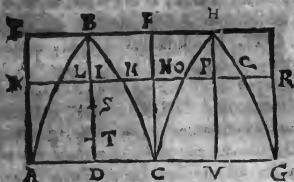
Ergo



Ergo dabitur quoque ratio cylindri EG, ad hæc
 quatuor solida. Ergo & cylindri EC, qui est
 quarta pars cylindri EG, ad eadem quatuor soli-
 da. Ergo dabitur quoque ratio cylindri EC, seu
 ei æqualis, DH, ad duo tantum illorum solido-
 rum, scilicet ad vnum, & vnum, nempe ad vnum
 circa DB, & ad vnum circa FC. Sed ex hypothe-
 si, datur quoque ratio cylindri EC, seu DH, ad
 alterum tantum solidorum ex DBC, reuoluta siue
 T circa

circa DB, siue circa FC. Ergo quacunque data, dabitur etiam altera; nempe data ratione cylindri EC, ad solidum ABC, dabitur quoque ratio cylindri DH, ad solidum ex DBC, circa FC, & è contra.

Pariter in secunda figura. Quoniam datur ratio parallelogrammi DF, ad semifiguram DBC, siue parallelogrammi EC, ad integram figuram ABC, dabitur ex *proposit. 29.* ratio tubi cylindrici ECY, ad annulum latum ABCZH Γ . Ergo ex *proposit. 30.* dabitur quoque ratio prædicti tubi ad quatuor solida ex DBC, duabus vicibus reuoluta circa BD, & duabus circa TS. Ergo dabitur quoque ratio talis tubi ad vnum solidum ABC, & ad vnum DBCZH Γ . Cum autem detur ratio DS, tam ad AC, quam ad CG (hoc enim est supponendum, quia danda est CS, qua data dantur prædicta) dabitur etiam ratio quadrati DS, ad reſtangulum ACG; nempe dabitur ratio cylindri DH, ad tubum cylindricum FCY. Ergo ex æquali, dabitur quoque ratio cylindri B Γ , ad solidum ABC, simul cum solido DBCZH Γ . Si ergo detur etiam ex hypothefi, ratio cylindri EC, ad solidum ABC, quia cum detur ratio cylindri DH, ad cylindrum EC, datur etiam ratio cylindri DH, ad solidum ABC. Ergo dabitur quoque ratio eiusdem cylindri DH, ad solidum DBCZH Γ . Si vero detur ratio ex hypothefi, cylindri DH, ad solidum DBCZH Γ ; ergo dabitur quoque ratio eiusdem



iusdem cylindri ad solidum ABC. Sed etiam datur
ratio cylindri EC, ad cylindrum DH. Ergo
quoque ex æquali, dabitur ratio cylindri EC,
ad solidum ABC. Ergo in omnibus patuit pro-
positio.

PROPOSITIO XXXIX.

*Datis ijsdem, quæ in antecedenti propositione in primo
schemate, datur centrum æquilibrij figuræ in
linea, quæ est radius rotationis.*

Sed dentur eadem, quæ supra in primo schema-
te. Dico dari in DC , quæ est radius rotatio-
nis, centrum æquilibrij semifiguræ DBC . Cum
enim ex anteced. proposit. datis ijs, detur etiam ra-
tio cylindri ad alterum solidorum. Ergo dabitur e-
tiam ratio solidorum ad inuicem; nempe dabitur ra-
tio solidi ABC , ad solidum $DBCHV$. Sed ex
proposit. 4. lib. 3. solidum ad solidum est vt pars DC ,
terminata à D , & à centro æquilibrij figuræ DBC ,
ad reliquam partem DC . Quare patet propo-
situm.

PROPOSITIO XL.

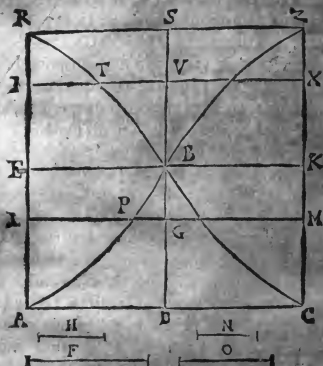
*In secundo schemate datis ijsdem, & data ratione annu-
li lati ex semifigura ad annulum strictum eiusdem,
dabitur prædictum centrum.*

Sed in secundo schemate, vltra data in ante-
cedenti, detur etiam ratio annuli lati
 $DBCZH$, ad annulum strictum ex eadem DBC ,
reuoluta circa FC . Dico dari eius centrum æqui-
librij

librij in DC . Nam eodem modo patebit, dari rationem solidi ABC , ad solidum $DBCZH$. Sed etiam datur ratio ex hypothesi, $DBCZH$, ad annulum strictum ex DBC , circa CF . Ergo ex æquali, dabitur ratio ABC , solidi ad prædictum annulum strictum. Quare ex cit. proposit. 3. dabitur quoque in DC , centrum æquilibrij quæsitum. Quod &c.

SCHOLIUM.

Ex his tribus propositionibus possumus necdum ex sola quadratura infinitarum parabolarum inuenire rationem cylindrorum circumscriptorū ad infinitosufos parabolicos; sed etiam centrum grauitatis infinitarum parabolarum. Nam cum in proposit. 4. lib. 4. & in scholijs eiusdem, ostensum sit in schemate illius proposit. data qualibet semiparabola RBE , cuius basis RE , diameter BE , quæ reuoluatur cum sibi circumscripto parallelogrammo RB , circa BS ; cylindrum RK , esse ad solidum $ERBZk$, vt parallelogrammum RB , ad semiparabolam ERB , cuius basis ER , diameter EB , quæ sit gradus dupli; gradus semiparabolæ reuolutæ circa SB ; pater ex data quadratura infinitarum parabolarum, dari rationem cylindri RK , ad annulum $ERBZk$. Data hac ratione, dabitur etiam ex proposit. anteced. ratio cylindri Rk , vel ei æqualis orti ex RB , circa RE , ad solidum ex ERB , circa RE ;



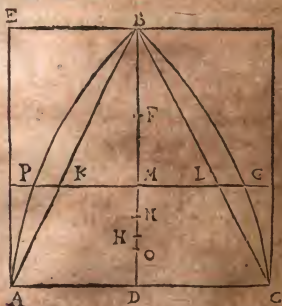
RE; nempe ad semifusum parabolicum. His datis dabitur etiam ratio illorum solidorum ad inuicem; & consequenter centrum æquilibrij semiparabolæ ERB, in EB; & consequenter centrum grauitatis parabolæ RBA, in diametro BE.

Sed hic notetur, parabolas inseruietes inuentioni centri grauitatis infinitarum parabolarum, non esse omnes, sed illas dumtaxat, quarum exponentes sunt numeri pares; quia hæc dumtaxat inseruiunt inuentioni

uentioni rationis infinitorum cylindrōrum RK , ad infinitos annulos $ERBZk$, vt luculenter explicatum fuit in admirabili scholio 4. citat. proposit. 4. lib. 4.

Insuper cum in varijs propositionibus lib. prim. assignata fuerit ratio, quam habet quælibet pars parallelogrammi AS , ad quamlibet partem parabolæ RA , quam pars parallelogrammi includit, & cum in cit. proposit. 4. lib. 4. & in eiusdem scholijs, assignata fuerit ratio ex illa simplici analogia, quam habet quælibet pars cylindri RC , ad quamlibet partem annuli $ARBZC$; v. g. ostensa sit ratio, quam habet cylindrus IK , ad partem annuli ex $ELTB$, circa VB ; patet ex proposit. antecedentibus, necdum dari rationem cuiuslibet partis cylindri RC , v. g. Ik , vel ei æqualis ex IB , circa IE , ad partem fusi ex $ITBE$, circa IE : sed etiam dari in BE , vel in VI , centrum æquilibrij segmenti $ITBE$, vel grauitatis duplicati segmenti ad partes BE , vel IV .

In proposit. autem 3. lib. 4. patuit cylindrum EC , esse ad quodlibet conoides parabolicum ABC , cuius exponens sit numerus par, vt parallelogrammum EC , ad parabolam ABC , cuius exponens sit subduplus exponentis conoidis. Quare, vt ibidem patuit, infinitæ parabolæ non inferuierunt inuentioni rationi infinitorum cylindrōrum ad infinita conoidea, sed tantum ad ea, quorum exponentes sunt numeri pares. Eliciemus ergo ex antecedentibus



bus propositionibus, inferuire infinitas parabolas inuentioni rationi cylindrorum EC , vel eis æqualium factorum ex ED , circa EA , ad annulos ex ABD , circa AE , quorum exponentes sint numeri pares. Pariter eliciemus nos ex his habere centrum æquilibrij in basi AD , semiparabolarum ABD , quarum exponentes sunt numeri pares, & non omnium.

Patet ergo ex dictis, aliquod admirabile, & non minus eo, quod expositum fuit in prædicto schol. 4. proposit. 4. lib. 4. Hoc autem est quod infinite parabola inferuiunt tam inuentioni centri grauitatis infinitarum

finitarum parabolarum in diametro, quam inuentio-
ni centri æquilibrj infinitarum semiparabolarum in
basi. At inuenimus centra grauitatis infinitarum
parabolarum in diametro non adhibendo infinitas
parabolas, sed illas tantum, quarum exponentes
sunt numeri pares. E contra verò adhibendo infi-
nitas parabolas, non inuenimus centra æquilibrj in
basi infinitarum semiparabolarum, sed illarum tan-
tum, quarum exponentes sunt numeri pares.

Ex cit. autem proposit. 3. lib. 4. & ex schol. eius-
dem, possumus ex proposit. anteced. elicere ratio-
nem, quam habet cylindrus ex AM , circa EA , ad
partem annuli ex $APMD$, circa EA , cuius expo-
nens sit numerus par. Et insuper centrum æquili-
brj in AD , segmenti $APMD$, semiparabolæ
 ABD , cuius exponens itidem sit numerus par.
Hæc autem facile patent ex dictis.

Quot igitur solidorum manifestata sint centra
grauitatis, potuit lector ex dictis cognoscere. Sed
nolumus sub silentio relinquere aliqua, quæ nobis
scitu digna videntur.

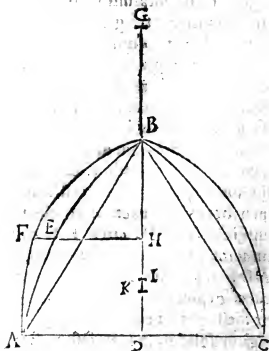
PROPOSITIO XLI.

*Si super eadem basi, & circa eandem diametrum sint se-
mihyperbola, & semiparabola. Tota semihy-
perbola cadet intra semiparabolam.*

Sint semihyperbola $AEBD$, & semiparabola
 $AEBD$, quarum eadem basis AD , eadem-
que

V

que



que diameter BD . Dico totam semihyperbolam
cadere intra semiparabolam. Sit GB , latus trans-
uersum hyperbolæ, & accepto in BD , arbitrariè
puncto H , ordinatim applicetur HEF . Quo-
niam enim in hyperbola est ex primo conic. propo-
sit. 21. ut quadratum EH , ad quadratum AD , sic
rectangulum GHB , ad rectangulum GDB : &
in parabola est ex proposit. 20. eiusdem lib. quadra-
tum AD , ad quadratum FH , ut DB , ad BH ;
nempe ut rectangulum GDB , ad rectangulum
sub

sub GD , in BH : ergo ex æquali, erit quadratum EH , ad quadratum FH , vt rectangulum $GH B$, ad rectangulum sub GD , in BH . Sed rectangulum $GH B$, minus est rectangulo sub GD , in BH . Ergo & quadratum EH , minus erit quadrato FH . Ergo & EH , minor erit FH . Punctum autem H , sumptum fuit arbitrariè. Ergo omnes lineæ hyperbolæ minores erunt singulis lineis parabolæ. Patet ergo propositum.

SCHOLIUM.

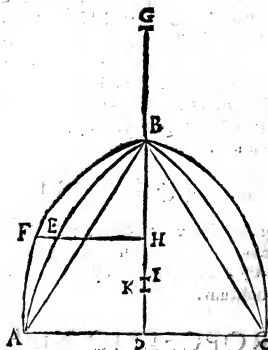
Patet ergo, quod si ex prædictis figuris intelligantur genita conoidea hyperbolicum $A B C$, & parabolicum $A F B C$, conoides hyperbolicum cadet intra parabolicum.

PROPOSITIO XLII.

Differentia supradictorum conoideorum centrum gravitatis est medium punctum diametri.

Sint ergo vt in proposit. anteced. conoidea hyperbolicum $A E B C$, & parabolicum $A F B C$. Dico centrum gravitatis excessus conoidis parabolici supra conoides hyperbolicum esse in medio $B D$. In conoidib. s. inscribatur conus $A B C$. Cum ergo ex schol. proposit. 4. sit in medio $B D$, centrum gravitatis tamantius, nempe excessus conoidis parabolici.

V 2 raboli-



parabolici supra conum ABC , quam partis; nempe
 excessus conoidis hyperbolici supra eundem conum.
 Ergo & reliquæ partis, nempe excessus conoidis pa-
 rabolici supra conoides hyperbolicum erit centrum
 gravitatis in medio BD . Quod &c.

SCHOLIUM.

Sed cum in præfenti occurrerit modus alius com-
 pendiosus assignandi centrum gravitatis conoidis hyper-

hyperbolici diuersus ab illis, quos tradidimus supra in proposit. 13. & 14. nolumus ipsum omittere, sed præmittenda est sequens propositio eius manifestationi.

PROPOSITIO XLIII.

Differentia supradictorum conoideorum, est ad conoides hyperbolicum ut sexta pars diametri ad tertiam partem eiusdem, una cum dimidio lateris transversi.

IN schemate superiori. Dico excessum conoidis parabolici $A F B C$, supra conoides hyperbolicum $A E B C$, esse ut sexta pars $D B$, ad tertiam partem $D B$, cum dimidio $G B$. Quoniam enim ut elicitur ex proposit. 15 lib. 2. conoides parabolicum est sesquialterum coni $A B C$; ergo erit ad ipsum ut $G D$, ad duo tertia $G D$; nempe ut dimidium $G D$, ad tertiam partem $G D$. Rursum cum ex proposit. 3. 7. & 11. sit cylindrus conoidi hyperbolico circumscriptus, ad ipsum, ut $G D$, ad dimidiam $G B$, cum tertia parte $D B$; erit conus $A B C$, tertia pars cylindri, ad conoides hyperbolicum, ut tertia pars $G D$, ad dimidiam $G B$, cum tertia parte $D B$. Quare ex æquali, erit conoides parabolicum ad conoides hyperbolicum ut dimidium $G D$, ad dimidiam $G B$, cum tertia parte $D B$. Ergo & diuidendo, erit differentia conoideorum ad conoides

des hyperbolicum vt sexta pars DB, ad dimidium GB, cum tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO XLIV.

Centrum gravitatis conoidis hyperbolici sic diuidit ipsius diametrum vt pars ad verticem sit ad reliquam, vt latus transuersum cum subsestquiertia diametri, ad dimidium lateris transuersi cum quarta parte diametri.

ESto in schemate antecedenti conoides hyperbolicum A E B C, cuius diameter DB, latus transuersum GB, & sit k, eius centrum gravitatis. Dico BK, ad k D, esse vt GB, cum subsestquiertia BD, ad dimidiam GB, cum quarta parte DB. Esto conoides parabolicum A F B C; & sit H, medium punctum BD, adeo vt sicuti elicitur ex propo. 42. sit centrum gravitatis differentie conoidiorum: pariter BI, sit dupla ID, adeo vt sit I, ex propo. 14. lib. 4. centrum gravitatis conoidis parabolici. Si ergo fiat HI, ad Ik, vt dimidium GB, cum tertia parte BD, ad sextam partem BD, nempe ex propo. sit. antecedi. reciproce vt conoides hyperbolicum ad excessum conoidis parabolici supra ipsum, erit k, centrum conoidis hyperbolici. Tunc argumentetur sic. Quoniam BI, quadrupla est IH, ergo BI, erit ad Ik, vt dupla GB, vna cum sestquiertia BD, ad sextam partem BD. Et componendo erit BK, ad k I, vt dupla GB, vna cum sestqui-

sesquitertia BD , & cum sexta parte eiusdem, ad sextam partem eiusdem. Cum autem DI , sit dupla IH , erit kI , ad ID , ut sexta pars BD , ad GB , cum duabus tertijs partibus BD . Et diuidendo, erit Ik , ad kD , ut sexta pars BD , ad GB , cum dimidia BD . Quare ex æquali, erit Bk , ad kD , ut dupla GB , cum sesquitertia BD , & cum sexta parte eiusdem, ad GB , cum dimidia BD . Et ut horum terminorum dimidia. Ergo Bk , erit ad kD , ut GB , cum subsesquitertia DB , ad dimidiam GB , cum quarta parte BD . Quod &c.

SCHOLIUM.

In nostro libello 60, problematum geometricorum ostendimus in proposit. 33. quandam proprietatem communem conoidibus parabolico, & hyperbolico, portionibus sphaeræ, & sphaeroidis, & etiam cono. Alia proprietas communis omnibus prædictis solidis reperitur circa illorum grauitatis centrum. Hanc in sequentibus patefaciemus, sed prius ostendemus aliqua, quæ utique non videntur turpiora, & sunt præmitenda.

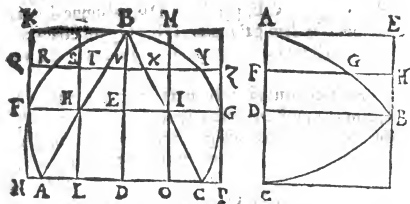
PROPOSITIO XLV.

Si in qualibet sphaera, portione inscribatur conus, quæ portio cum cono secetur plano basi parallelo secante axim bifariam, & intelligatur tubus cylindricus circa eundem

axim

axim cum portione, cuius basis sit armilla excessus circuli facti in portione, supra circulum factum in cono à plano secante. Hic erit ad excessum portionis supra conum tam secundum totum, quam secundum partes proportionales, ut parallelogrammum circumscriptum parabole quadraticæ ad ipsam; dummodo hæc secetur secundum diametros parallelas.

Sit ABC , quælibet portio sphaeræ, in qua intelligatur inscriptus conus ABC , sectoque axi BD , bifariam in E , ducatur per E , planum $FE G$, plano ADC , parallelum, faciens in cono circulum HEI ; intelligamus tubum cylindricum $kLMP$, circa eundem axim BD , cuius basis armilla NLP , æqualis armillæ FHG : pariter in secunda figura intelligamus parabolam quadraticam ABC , cuius axis BD ; basis vero AC , sit æqualis axi BD , portionis, & ei sit circumscriptum parallelogrammum. Dico tubum cylindricum $kLMC$, esse ad excessum portionis ABC , supra conum ABC , ut parallelogrammum EC , ad parabolam ABC . Sumatur in BD , axi portionis arbitrariè punctum V , per quod traiciatur planum QZ , plano AC , parallelum secans omnia solida ut in schemate; & pariter in parabola facta AF , æquali BV , per F , ducatur FGH , parallela DB . Quoniam enim rectangulum DEB , est ad rectangulum DVB , ut rectangulum AHB , ad rectangulum ATB , quia proportionibus horum rectangulorum componuntur ex iisdem



dem proportionibus; & rectangulis in circulo AHB , ATB , sunt æqualia rectangula FHG , RTY ; ergo ut rectangulum DEB , ad rectangulum DVB , sic rectangulum FHG , seu QSZ , ad rectangulum RTY . Sed ut rectangulum QSZ , ad rectangulum RTY , sic armilla circularis QSZ , ad armillam circularem RTY . Ergo ut armilla ad armillam, sic rectangulum DEB , ad rectangulum DVB . Sed ut rectangulum DEB , in portione ad rectangulum DVB , sic rectangulum CDA , in parabola ad rectangulum CFA ; & ut rectangulum CDA , ad rectangulum CFA , sic DB , seu FH , ad FG , ex schol. proposit. 22. lib. prim. Ergo ut armilla circularis QSZ , ad armillam circularem RTY , sic HF , ad FG . Cum vero puncta V , F , sumpta sint arbitrariè; ergo concludemus omnes armillas circulares tubi parallelas armillæ NLP , esse ad omnes armillas circulares excessus portionis supra conum,

X paral-

parallelas eidem armillæ NLP , ut omnes lineæ parallelogrammi CE , parallela DB , ad omnes lineas parabolæ eidem parallelas DB . Quare etiam tubus ad excessum, erit ut parallelogrammum ad parabolam.

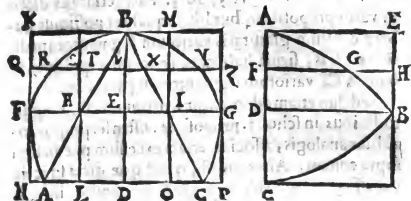
Hoc autem quod probatum fuit de totis, patet eodem modo probari posse de partibus proportionalibus. V. g. eodem modo probare poterimus, partem tubi KZ , esse ad partem excessus inter plana kM , QZ , contentam, ut parallelogrammum AH , ad portionem AGF . Quare patet propositum.

SCHOLIVM I.

Cum ergo ex schol. prim. proposit. 1. lib. prim. sit parallelogrammum EC , sesquialterum parabolæ, etiam tubus erit sesquialter prædicti excessus. Imo ex propositionibus varijs eiusdem lib. prim. habebimus varias rationes partium tubi contentarum inter plana plano AC , parallela. Quæ autem hæ sint relinquimus lectori considerare ex illis propositionibus, in quibus assignantur rationes variarum partium parallelogrammi CE , ad varia segmenta parabolæ.

SCHOLIVM II.

Ad modum ergo persæpe rememinatorum, possumus deducere, excessum portionis ABC , supra
suum



suum conum, & parabolam esse quantitates propor-
 tionaliter analogas tam in magnitudine, quam in
 gravitate, tam secundum totum, quam secundum
 partes proportionales. Vnde quantum ad magnitu-
 dinem, patet illum excessum secari à plano FG , bi-
 fariam, sicuti etiam parabola secatur bifariam à dia-
 metro, sed sic bifariam, ut partes supra, & infra pla-
 num FG , sint semper similes, & æquales tam se-
 cundum totum, quam secundum partes proportio-
 nales. Quantum vero ad gravitatem, patet in pri-
 mis centrum gravitatis prædicti excessus esse in me-
 dio BD , sicuti in medio AC , basis parabolæ, est
 centrum æquilibrij parabolæ. Insuper patet, di-
 vidij excessus superioris centrum gravitatis sic secare
 BE , ut pars ad B , sit ad partem ad E , ut 5, ad 3;
 quod habetur ex schol. 2. proposit. 2. lib. 3. In eadem
 ratione secatur DE , à centro gravitatis partis infe-
 rioris, adeo ut pars ad D , terminata, sit ad partem

X 2 ter-

terminatam ad E, ut 5, ad 3. Patet etiam ex dictis in varijs propositionibus lib. 3. qualiter possimus habere centrum gravitatis variorum segmentorum dicti excessus, sicuti habemus centrum æquilibrj in basi AC, variorum segmentorum parabola.

Sed duo etiam adnotentur. Primum est, magnitudinibus in schol. 3. propos. 16. ostensis proportionaliter analogis, associari etiam excessum prædictum supra conum. Alterum est, quod quæ dicta sunt de excessu portionis sphaerae supra suum conum, intelligenda etiam sunt de excessu portionis sphaeroidis supra suum conum. Quia in lib. 4. de infinit. parabolis, probata est perpetua analogia reperta inter proportionales partes sphaerae, & sphaeroidis.

PROPOSITIO XLVI.

Si in quolibet conoide hyperbolico, & parabolico quadratrico; item in qualibet sphaera, vel sphaeroidis portione inscribatur conus. Centrum gravitatis excessus prædictorum solidorum supra suos conos erit in medio puncto diametri ipsorum.

SIt conoides parabolicum quadraticum, ut in prima figura in schem. sequent. BAC, vel hyperbolicum ut in secunda; vel quælibet portio sphaerae, vel sphaeroidis ut in tertia; & in itis solidis intelligantur inscripti coni BAC. Dico centrum gravitatis excessuum prædictorum solidorum supra conos

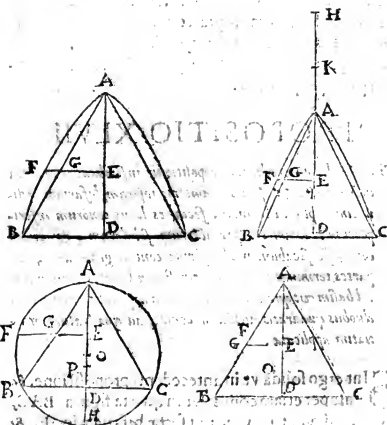
conos

conos esse in E , diuidente bifariam AD . De excessu conoideorum supra conos, patuit in scholio proposit. 6. De excessu portionis sphaerae, vel sphaeroidis patuit in anteced. proposit. Quare quoad omnia patet propositum.

PROPOSITIO XLVII.

Si in solidis antecedentis propositionis inscribantur coni ut dictum est, & sectae diametris ipsorum bifariam ordinatim applicentur lineae, secantes latus conorum inscriptorum. Diametri praedictorum solidorum, & etiam coni, sic secabuntur ab ipsorum centrīs grauitatis, ut partes terminatae ad verticem sint ad partes terminatas ad basim ut quadratum ordinatim applicatae, una cum duobus quadratis ducta in coni, ad quadratum ordinatim applicatae.

Sint ergo solida ut in antecedenti propositione, & insuper etiam conus, ut in quarta figura BAC , quorum diametri AD , sint sectae bifariam in E , & ordinatim applicentur EGF , sitque horum centrum grauitatis punctum O . Dico AO , esse ad OD , ut quadratum FE , cum duobus quadratis GE , ad quadratum FE . In cono res est manifesta, quia sicuti AO , est tripla OD , sic tria quadrata GE , sunt tripla unius quadrati GE . In alijs sic patebit. Fian DP quarta pars DA . Ergo P , erit centrum grauitatis conorum. Cum ergo ex proposit.



posit. anteced. sit etiam E , centrum gravitatis excessus solidorum supra conos, & ex supposito, sit O , centrum gravitatis solidorum; ergo erit reciproce ut PO , ad OE , sic excessus solidorum supra conos ad ipsos conos. Et componendo, ut PE ,
ad

ad OE, sic solida ad ipsos conos. Sed ex proposi-
 33. lib. nostri sexaginta problematum geometrico-
 rum, solida sunt ad conos ut quadrata FE, EG, ad
 duplum quadratum EG. Ergo & PE, erit ad EO,
 ut quadrata FE, EG, ad duplum quadratum EG.
 Et antecedentium dupla. Ergo ut DE, ad EO,
 sic duo quadrata FE, cum duobus quadratis EG,
 ad duo quadrata EG. Ergo & per conuersionem
 rationis ut ED, ad DO, sic duo quadrata FE,
 cum duobus quadratis EG, ad duo quadrata FE;
 nempe sic dimidium ad dimidium, scilicet sic qua-
 drata FE, EG, ad quadratum FE. Et ut antece-
 dentium dupla. Ergo ut AD, ad DO, sic duo
 quadrata FE, cum duobus quadratis GE, ad qua-
 dratum FE. Et diuidendo ut AO, ad OD, sic
 quadratum FE, cum duobus quadratis GE, ad
 quadratum FE. Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM.

Cum ergo in progressu demonstrationis proba-
 tum sit, esse DF, ad EO, ut duo quadrata FE,
 cum duobus quadratis GE, ad duo quadrata GE;
 nempe ut quadrata FE, EG, ad quadratum EG;
 ergo etiam diuidendo, erit DO, ad OE, ut qua-
 dratum FE, ad quadratum GE. Quod etiam pa-
 tet verificari in cono. Sed ex hac propositione, &
 ex analogia, quæ reperitur inter parabolam qua-
 draticam, & sphaeram, potest colligi quædam pro-
 positio

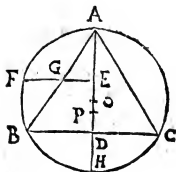
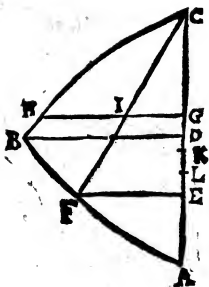
positio vniuersalis in qualibet portione parabola
quadraticæ.

PROPOSITIO XLVIII.

*Si in quacunque portione parabola quadratica resecta linea
diametro parallela inscribatur triangulum, & basis por-
tionis parabola secetur bisariam, & per punctum bis-
sectionis ducatur parallela diametro. Centrum æquilibrij
secundum basim prædictæ portionis sic secabit basim,
ut pars ad curuam terminata sit ad reliquam, ut pa-
rallela diametro ducta à puncto bissectionis, una cum in-
tercepta inter punctum bissectionis, & latus trianguli,
ad prædictam parallelam diametro.*

ESto parabola ABC , quadratica, cuius basis
 AC , diameter BD , & sit quælibet eius por-
tio $EFBC$, resecta FE , diametro BD , paralle-
la, & in portione sit inscriptum triangulum CFE ; sit-
que CE , secta bisariam in G , & per G , ducatur
 GIH , parallela diametro, sitque K , centrum æ-
quilibrij in basi portionis $EFBC$. Dico Ck , esse
ad kE , ut HG , cum GI , ad $H I$. In tertia figura
schematis anteced. propos. intelligatur portio sphæ-
ræ, vel sphæroidis BAC , proportionalis $EFBC$,
portioni parabola, & intelligantur in ea omnia,
quæ supra. Ergo CK , erit ad kE , in portione pa-
rabola, ut AO , ad OD , in portione sphæra; nem-
pe ex proposit. anteced. ut duplum quadratum GE ,

cum



cum quadrato FE, ad quadratum FE. Sed cum
 GE, sit dimidia BD, eius quadratum erit quarta
 pars quadrati BD; & duo quadrata GE, erunt di-
 midium quadrati BD. Ergo AO, ad OD, & Ck,
 ad kE, in portione parabolæ, erunt vt quadratum
 FE, cum dimidio quadrati BD, ad quadratum
 FE; nempe vt dimidium rectanguli HDA, cum
 rectangulo HEA, ad rectangulum HEA. Sed vt
 illa plana ad inuicem in portione sphæræ, sic in por-
 tione parabolæ quadraticæ dimidium rectanguli
 AEC, cum rectangulo AGC, ad rectangulum
 AGC. Ergo & vt Ck, ad kE, sic dimidium re-
 ctanguli AEC, cum rectangulo AGC, ad rectan-
 gulum
 Y

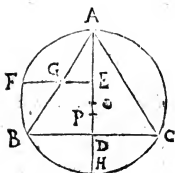
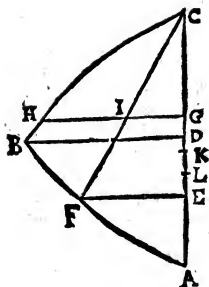
170
gulum AGC . Sed ut hæc plana ad invicem sic di-
midia FE , nempe GI , cum HG , ad HG . Qua-
re & ut Ck , ad KE , sic GI , cum GH , ad GH .
Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM I.

Sed ex progressu demonstrationis potest etiam fa-
cile probari esse Ck , ad kE , ut AE , cum AG , ad
 AG . Nam cum probatum sit esse Ck , ad kE , ut
dimidium rectanguli AEC (nempe ut rectangu-
lum AE , GC) simul cum rectangulo AGC , ad
rectangulum AGC . Patet hæc rectangula ob com-
mune latus CG , esse ut AE , AG , ad AG . Qua-
re & sic Ck , ad kE .

Eliciet ergo lector facile, esse Ek , ad kG , ut
 HG , ad dimidiam GI ; vel ut GA , ad dimidiam
 AE . Ex quibus etiam patebit in portione BAC ,
sphæræ, vel sphæroidis esse AO , ad OD , ut DH ,
 HE , ad HE . Et DO , esse ad OE , ut EH , ad
dimidiam HD .

Sed hæc, quæ probata fuerunt ex analogia reper-
ta inter portiones parabolæ, & sphæræ, p. sunt ab-
solutè probari ex proprijs ipsis parabolæ. Nam
cum $FB C$, sit verè parabola ex primæ coric. propo-
sit. 47. cuius diameter HI , erit in G , centrum æ-
quilibrij parabolæ $FB C$, appensæ secundum CE .
Fiat CL , dupla LE . Ergo L , erit centrum æqui-
librij trianguli $EF C$, appensi secundum, CE . Er-
go



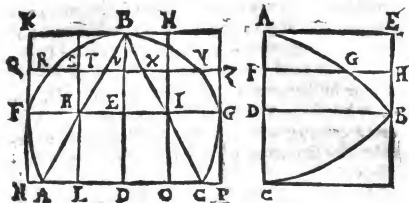
go erit reciprocè vt Lk , ad kG , sic $FB C$, ad triangulum FCE . Et componendo, erit LG , ad Gk , vt portio $EFBC$, ad triangulum EFC . Sed cum ex schol. proposit. 17. lib prim. sit conuertendo, portio ad parallelogrammum duplu. n. trianguli, vt dimidia AE , vna cum sexta parte CE , ad AE ; & ad ipsum triangulum, vt idem antecedens ad dimidiam AE . Ergo erit etiam, vt LG , ad GK , sic dimidia AE , cum sexta parte CE , ad dimidiam AE . Ergo & vt antecedentium tripla. Ergo vt EG , tripla LG , ad Gk , sic sesquialtera AE , cum dimidia CE , ad dimidiam AE . Et per conuersionem rationis, vt GE , ad EK , sic sesquialte-

Y 2 12

ra AE ; cum dimidia CE , ad dimidiam CE , cum AE . Et rursum ut antecedentium dupla. Ergo ut CE , ad EK , sic CE , cum tripla AE , ad dimidiam CE , cum AE . Ergo & diuidendo, ut dimidia CE , cum dupla AE , ad dimidiam CE , cum AE , sic CK , ad KE . Sed ut dimidia CE , cum dupla AE , nempe ut GA , cum AE , ad dimidiam CE , cum AE , nempe ad GA , sic sumpta communi altitudine CG , rectangulum AGC , cum rectangulo sub AE , in GC , ad rectangulum AGC : Et ut rectangulum AGC , cum rectangulo AE , GC , ad rectangulum AGC , sic HG , cum dimidia FE , nempe cum IG , ad HG . Quare & ut CK , ad KE , sic HG , cum GI , ad HG . Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM II.

Sed cum in schol. 2. prop. 43. probatum sit parabolam quadraticam, sphaeram, & sphaeroides esse quantitates proportionaliter analogas cum tribus alijs solidis, sequitur etiam in illis currere supra explicatum compendium circa illorum centra grauitatis. Quoniam ergo excessus, in schemate sequenti, portionis ABC , sphaerae, vel sphaeroidis supra conum ABC , est proportionaliter analogus cum parabola quadratica ABC ; sequitur inquam, quod si prius fecerit plano $FE G$, deinde plano $RV Y$, secante BE , bisariam in V , quod centrum grauitatis partis
ex.



excessus ex FBH, reuoluta circa BE, sic secabit BE, vt pars terminata ad B, sit ad partem terminatam ad E, vel vt rectangulum RTY, cum dimidio rectanguli FHG, ad rectangulum RTY: vel vt rectangulum ATB, cum dimidio rectanguli AHB, ad rectangulum ATB: vel vt rectangulum DVB, cum dimidio rectanguli DEB, ad rectangulum DVB: vel compendiosius, vt ED, DV, ad DV: seu, quod idem est, vt AH. AT, ad AT. Pariter sequitur, quod EV, sic secabitur à prædicto centro, vt pars terminata ad E, sit ad partem terminatam ad V, vt VD, ad dimidiam DE: seu vt TA, ad dimidiam AH: seu vt rectangulum BVD, ad dimidium rectanguli BED: seu vt rectangulum BTA, ad dimidium rectanguli BHA: seu tandem vt rectangulum RTY, ad dimidium rectanguli FHG.

Item cum in schem. posito in schol. prop. 40. supposito

fito RBZ , ABC , esse conos, probatū sit ibidem excessum cylindri RC , supra illos conos esse proportionaliter analogum cum parabola quadratica; sequitur, quod si prædictus excessus secetur plano $LP M$, deinde supponamus rursum secari plano $IT X$, secante bifariam SG , in V : sequitur inquam SG , secari à centro gravitatis partis excessus geniti ex revolutione segmenti $LP B T R$, in prædictis rationibus.

Tandem inspiciatur schema positum in proposit. 26. in quo ex cit. schol. annulus latus ex hyperbola ABC , circa $K M$, probatus fuit proportionaliter analogus cum parabola quadratica $A O C$. Si ergo illæ annulus secetur prius vbilibet plano $N B V$, deinde plano $I S T$, secante bifariam $K L$, in puncto, in quo ipsam secat; eadem compendia supra exposita colligemus circa centrum gravitatis portionis annuli ex portione hyperbolæ $A B N$. Hæc enim omnia patent ex dictis, & lector memor supradictorum facile percipiet. Nè ergo ipsi cædium afferamus ad alia transeamus.

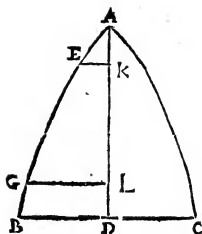
Parabola quadratica habet lineam quandam; quæ appellatur parameter, seu latus rectum; cuius natura est, ut quadrata ordinatim applicatarum, æqualia sint rectangulis contentis sub hac, & sub portionibus axis abscissis versus verticem ab ordinatim applicatis. Hanc proprietatem habent quoque aliæ infinitæ parabolæ, sed suo modo: adeo ut in quolibet sit assignabilis quædam linea, ut potestates ordinatim

natim applicatarum parabolæ congruentes, & quales
sint potestatibus factis sub prædictis abscissis ab or-
dinatim applicatis, & sub potestate talis lineæ vno
gradu depressoire potestate parabolæ. Sit ergo.

PROPOSITIO XLIX.

*Si fiat ut diameter parabolæ ad semibasim, sic huius po-
testas uno gradu depressoire potestate parabolæ ad simi-
lem potestatem lineæ inveniendæ, Potestates applicata-
rum ordinatim in parabola eiusdem gradus cum parabola,
æquales erunt factis sub abscissis diametri versus
verticem ab ordinatim applicatis, & sub potestate li-
neæ inveniendæ, uno gradu depressoire potestate para-
bolæ.*

ESto quælibet parabola BAC , in qua fiat ut dia-
meter AD , ad semibasim DB , sic potestas
huius vno gradu depressoire potestate parabolæ, ad
similem potestatem AH : v.g. si parabola est qua-
dratica, sic DB , ad AH ; si est cubica, sic quadra-
tum DB , ad quadratum AH : si est quadratoqua-
dratica, sic cubus DB , ad cubum AH . Dico, quod
si ordinatim applicentur GL , EK , potestas GL ,
eiusdem gradus cum parabola æqualis erit facto sub
 LA , & sub potestate AH , vno gradu depressoire
potestate parabolæ, & sic de ceteris. Quoniam e-
nim ut AD , ad DB , sic potestas DB , vno gradu
depressoire potestate parabolæ, ad similem potesta-
tem



tem AH ; ergo factum sub DA , & sub prædicta potestate AH , erit æquale potestati BD , eiusdem gradus cum parabola. Cum autem sit ex genesi parabola, ut potestas BD , eiusdem gradus cum parabola ad similem potestatem GL , sic DA , ad AL . Et ut DA , ad AL , sic factum sub DA , & sub potestate AH , vno gradu depressiore potestate parabola, ad factum sub LA , & sub prædicta potestate AH . Ergo & ut factum sub DA , & sub tali potestate AH , ad factum sub LA , & sub potestate AH , sic potestas BD , eiusdem gradus cum parabola ad similem potestatem GL . Ergo & perueniendo, ut factum sub DA , & sub tali potestate AH , ad potestatem BD , eiusdem gradus cum parabola, sic factum sub LA , & sub potestate AH , ad potestatem

statem GL, eiusdem gradus cum parabola. ¹⁷⁷ Cum autem factum sub DA, & sub potestate AH, ostensum fuerit equale potestati prædictæ BD. Ergo & factum sub LA, & sub potestate AH, erit equale potestati GL. Idem patebit de reliquis. Quare etiam patebit propositum.

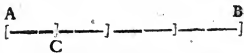
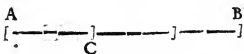
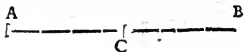
SCHOLIUM.

Sed lubet huic tractatui finem imponere infinitarum parabolarum tangentibus, ac maximis inscriptibilibus, minimisque circumscriptilibus infinitis parabolis, infinitis conoidibus, ac semifusis parabolicis. Pro quibus reperendis nobis necessaria est doctrina quædam, quæ cum sit nimis prolixa, ex alijs est petenda. Euclides in 6. Elementorum libro, proposit. 27. ostendit, *Omnium parallelogrammorum ad eandem rectam lineam applicatorum, & deficientium figuris parallelogrammis similibus, & similiter positis ei, quæ à dimidia describitur, maximum est quod ad dimidiam est applicatum, simile existens defectui.* Quod Euclides demonstravit in planis, Eutocius de sphaera, & cylind. proposit. 3. Bonaventura Cavalieri, in exercit. 6. proposit. 28. Ricardus Albius in suo hemisphæ. dissecto. proposit. 42. extenderunt suo modo ad solida, patēfacientes. *Omnium parallēlipedorum ad eandem rectam lineam applicatorum cubisque deficientium, maximum esse, quod ad tertiam illius partem applicatur.* Hanc denique doctrinam Petrus Paulus Carauaggius Me-

Z dio-

diolanensis eruditissimus geometra in sua geometria applicationum, ampliavit ad altiores potestates, ostendendo applicationem aliarum potestatum servare similem ordinem partium ad quas fit applicatio; adeo ut magnitudo ad quam fieri debet applicatio sit secunda in tot partes quota est magnitudo, quæ debet applicari, in ordine graduum; & applicatio sit facienda ad illarum unicam. V.g. si ad partem datæ AB , sit applicandum parallelogrammum dificiens, &c. hoc est

si AB , sit sic secanda in C , ut rectangulum ACB , sit omnium maximum illorum, quæ possunt fieri ex partibus AB ; punctum C , sit illud quod bissecat AC .



Si vero sit applicandum parallelepipedum, hoc est si AB , taliter sit secanda in C , ut solidum factum sub AC , in quadratum CB , sit omnium maximum; AC , debet esse tertia pars AB . Si vero sit applicandum planoplanum, adeo ut factum sub AC , in cubum CB , sit omnium maximum. AC ; debet esse quarta pars AB . Et sic in infinitum in altioribus potestatibus. Hæc ergo doctrina nobis est necessaria pro impostero dicendis. Quam etiam le-

gor

etor debet supponere, vel in citat. opere Carauaggij
inspicere.

PROPOSITIO L.

*Si in qualibet infinitarum parabolarum sumatur aliquod
punctum à quo ad diametrum recta linea ordinatim
applicetur, diameterque ita producat ut pars extra
parabolam sit ad partem diametri abscissam ab ordina-
tim applicata versus verticem ut numerus parabolæ
vnitate minutus ad vnitatem. Recta linea, quæ ab ex-
tremirate inuenta linea ducitur ad illud punctum, quod
sumptum fuerat, parabolam continget.*

ESto quælibet semiparabola cuius vertex B, dia-
meter BD, & in curua parabolica sumatur
quodlibet punctum E, per quod ordinatim appli-
cetur EH, producatque HB, in G, vt GB, sit
ad BH, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad
vnitatem; y. g. si parabola sit quadratica, fiat æqua-
lis BG, ipsi BH: si sit cubica sit GB, dupla BH,
& sic in infinitum (supponatur in præsentī parabo-
lam esse cubicam) & iungatur GE. Dico hanc pa-
rabolam contingere. Sinon, cadat intra; & intelli-
gatur ordinatim applicata AKD. Quoniam AD,
maior est DK, ergo quælibet potestas AD, maior
erit qualibet potestate KD, eiusdem gradus. Ergo
quælibet potestas AD, eiusdem gradus cum para-
bola ad potestatem EH, eiusdem gradus, habebit

Z 2 maio-

maio rem rationem quam similis potestas KD , ad eandem potestatem EH . V. g. maior erit ratio cubi AD , ad cubum EH , quam cubi kD , ad eundem cubum EH . Sed ut potestas AD , ad potestatem EH , sic ex natura parabolæ, DB , ad BH ; & ut DB , ad BH , sic factum sub DB , & sub potestate BG , vno gradu inferiori potestate parabolæ, ad factum sub eadem potestate GB , & sub BH . Ergo maior erit ratio facti sub DB , & sub tali potestate BG , ad factum sub HB , & sub eadem potestate BG , ratione potestatis kD , eiusdem gradus cum parabola, ad similem potestatem EH . V. g. maior erit ratio facti sub DB , & sub quadrato BG , ad factum sub HB , & sub quadrato BG , ratione cubi KD , ad cubum EH . Sed ut potestas KD , ad similem potestatem EH , sic similis potestas DG , ad similem potestatem GH . Ergo & factum sub DB , & sub potestate BG , vno gradu depressiori potestate parabolæ, ad simile

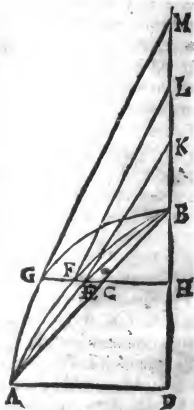


simile factum sub HB , & sub eadem potestate BG ,
 erit in maiori ratione quam potestas DG , eiusdem
 gradus cum parabola ad similem potestatem GH .
 Ergo & permutando primum factum ad potestatem
 DG , erit in maiori ratione quam secundum factum
 ad potestatem GH . V.g. factum sub DB , in qua-
 dratum BG , habebit ad cubum DG , maiorem ra-
 tionem, quam factum sub HB , & sub quadrato BG ,
 ad cubum HG . Quod implicat, quia factum sub
 DB , & sub potestate BG , est in minori ratione ad
 potestatem DG , & non in maiori. Quia ex doctri-
 na scholij anteced. factum sub HB , & sub potestate
 BG , est omnium maximum homogeneorum sub par-
 tibus HG , non sic factum sub DB , & sub potesta-
 te BG , est maximum homogeneorum sub partibus
 DG . V.g. factum sub HB , & sub quadrato BG ,
 est maximum omnium parallelepipedorum applica-
 bilium ad partem HG , non sic est maximum factum
 sub DB , & sub quadrato BG , applicabilium ad
 partem DG . Quare patet propositum.

SCHOLIVM.

Ex dictis facile eliciemus, quod si circa diametrum
 BD , & super eadem basi AD , intelligamus infinitas
 semiparabolas, & accepto in diametro BD , pun-
 cto H , ducatur $HCEFG$, parallela AD , secans
 omnes curvas parabolicas, & pariter intelligamus
 infinitas tangentes KE , LF , MG , &c. eliciemus
 inquam, triangula infinita CBH , EKH , FLH ,
 GMH ,

GMH, &c. esse talis naturæ ut latera HB, HK, HL, HM, &c. sint in continua proportionē Arithmetica; bases vero EH, FH, GH, &c. sint maiores omnium mediarum proportionalium reperibilium inter AD, CH. Primum patet, quia HB, Bk, kL, LM, &c. sunt omnes æquales. Secundum patet; quia cum sit ut quadratum AD, ad quadratum EH, sic DB, ad BH, seu AD, ad CH; EH, erit media proportionalis inter AD, CH. Item cum sit ut cubus AD, ad cubum FH, sic DB, ad BH, seu AD, ad CH; erit FH, maior duarum mediarum inter AD, CH. Et sic dicatur de cæteris.



Notetur etiam, quod à supradicta regula inveniendi tangentem non excluditur prima parabola, nempe triangulum. Si enim in triangulo ABD, sit datum punctum C, ad quod debeat duci tangens; ducta CH, imperat regula generalis producenda esse

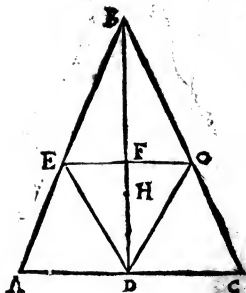
esse HB , ut pars ultra B , sit ad BH , ut numerus parabolæ unitate minutus, nempe ut nihil, ad unitatem. Ergo HB , non est producenda, sed à puncto B , ad C , ducenda est linea, quæ utique quodammodo potest dici tangere triangulum, quia ipsum non secat.

PROPOSITIO LI.

Maximum triangulum inscriptum in quolibet triangulo, est cuius basis bisariam dividit diametrum circumscripti.

ESto triangulum ABC , cuius diametèr BD , quæ secetur in F , bisariam à base EO , trianguli EDO . Dico triangulum EDO , esse maximum omnium inscriptibilium in triangulo ABC . Quoniam enim triangulum ABC , ad triangulum EDO , habet rationem compositam ex ratione AC , ad EO (nempe ex ratione DB , ad BF) & ex ratione BD , ad DF ; & hæc duæ rationes componunt rationem quadrati BD , ad rectangulum BFD . Ergo triangulum ABC , erit ad EDO , ut quadratum BD , ad rectangulum BFD . Sed rectangulum BFD , est maximum omnium rectangulorum factibilium ex partibus BD , in puncto diuisæ. Ergo etiam triangulum EDO , erit maximum omnium inscriptibilium intra ABC . Quod &c.

SCHO-



SCHOLIUM.

Notetur obiter centrum grauitatis amborum, triangulorum ABC , EDO , esse idem punctum. Sit enim H , centrum grauitatis trianguli ABC . Ergo quoniam BD , est 6, & DF , 3, BH , erit 4, DH , 2, & HF , 1. Ergo H , erit etiam centrum grauitatis trianguli EDO .

PROPOSITIO LII.

Maximus conus inscriptibilis in quolibet cono, est cuius diameter est tertia pars circumscripti.

Hæc

HÆc proposit. ostenditur etiam ab Albio in hemisphæ. dissec. proposit. 44. Sed supponamus ABC , EDO , esse conos, & DF , esse tertiam partem DB . Dico conum EDO , esse maximum omnium, &c. Nam, cum conus ABC , ad conum EDO , habeat rationem compositam ex ratione quadrati AD , ad quadratum EF (nempe quadrati DB , ad quadratum BF) & ex ratione DB , ad DF ; & cum hæ duæ rationes componant rationem cubi BD , ad factum sub quadrato BF , & sub FD ; ergo ABC , erit ad EDO , vt cubus BD , ad factum sub quadrato FB , & sub FD . Cum ergo hoc factum sit maximum omnium homogeneorum ipsi factorum ex partibus BD , in puncto diuisæ. Ergo etiam conus EDO , erit maximus omnium inscripibilem &c. Quod &c.

SCHOLIVM.

Sed hîc etiam obiter notetur centrum grauitatis amborum conorum esse idem punctum. Sit enim rursus H , centrum grauitatis coni ABC . Ergo qualium BD , est 12, DF , 4, & DH , 3, talium HF , est 1. Ergo H , erit centrum grauitatis etiam coni EDO .

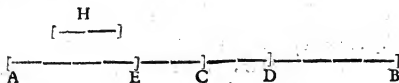
Pariter notetur, conum ABC , esse ad conum EDO , vt 27, ad 4. Nam sic est cubus BD , ad factum sub quadrato BF , & sub FD .

Aa PRO.

PROPOSITIO LIII.

Datam AD, taliter producere in B, ut BD, sit ad excessum DA, supra dimidiam AB, in data proportione.

Data ratio sit, quam habet AD, ad H, & sic secetur AD, in E, ut sit AE, ad ED, ut H, ad dimidiam AD, & ipsi DE, fiat æqualis DB. Ergo si AB,



diuidatur bifariam in C, punctum C, cadet inter A, D. sit ergo AB, diuisa bifariam in C. Quoniam AE, est æqualis AB, minus EB, ergo etiam dimidia AE, erit æqualis dimidiæ AB, minus dimidia EB. Sed CB, est dimidia AB, & BD, est dimidia EB; ergo dimidia AE, erit æqualis CB, minus DB; nempe CD. Tunc, quoniam factum fuit ut H, ad dimidiam AD, sic AE, ad ED; ergo & ad consequentium dupla. Ergo ut H, ad AD, sic AE, ad EB. Et conuertendo, ut AD, ad H, sic BE, ad EA. Sed ut BE, ad EA, ita BD, dimidia BE, ad dimidiam AE, nempe ad CD, ei æqualem. Ergo ut AD, ad H, sic BD, ad

187

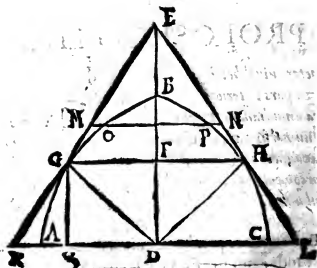
ad DC, excessum DA, supra AC, dimidiam AB.
Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LIV.

*Si diameter cuiuslibet infinitarum parabolarum sic producat-
tur ut pars exterior producta sit ad excessum diametri
supra dimidiam compositam ex diametro & ex producta
ut numerus parabolæ unitate minor, ad unitatem.
Triangulum inscriptum in parabola, cuius basis bisecet
illam compositam, erit omnium maximum in ipsa inscri-
ptibilem.*

DB, diameter parabolæ cuiuscunque ABC, sic
producat in E, ut EB, sit ad BF, excessum
BD, supra DF, medietatem DE, ut numerus pa-
rabolæ unitate minutus, ad unitatem, & fiat triangu-
lum GDH. Dico hoc esse maximum omnium in-
scriptibilem in ABC. Ducantur E GK, EHL.
Ergo ex proposit. 30. erunt tangentes parabolam, &
triangulum KEL, erit parabolæ circumscriptum.
Si ergo triangulum GDH, non est maximum para-
bolæ inscriptum, sit hoc triangulum, cuius basis
OP, infra, vel supra GH, quæ producat in M, & N; & pariter intelligatur
triangulum MDN, cuius basis MN. Cum DE,
secta sit bisariam in F; ergo triangulum GDH, erit
maximum inscriptibilem intra triangulum KEL.
Ergo erit maius triangulo cuius basis MN. Ergo

Aa 2 multo



multo maius triangulo ODP , cuius basis OP .
Quare patet propositum.

SCHOLIUM I.

Ab hac regula generali reperiendi triangulum
maximum inscriptibile in parabola non excludi-
tur prima parabola, nempe triangulum. Cum enim
iubeat regula sic esse producendam diametrum DB ,
ut pars extra sit ad excessum BD , supra medietatem
compositæ ex BD , & ex producta, ut numerus pa-
rabolæ unitate minor sit ad unitatem; patet in prima
parabola, cuius numerus est unitas, numerum uni-
tate

rate minutum esse nihil; vnde DB, in triangulo non est producenda; sed supponendo ABC, esse triangulum, BD, est bissecanda, & triangulum GDH, est maximum: Quod sic esse, probatum est supra proposit. 51.

SCHOLIUM II.

Triangulum ergo GDH, maximum inscriptibile intra parabolam ABC, sic diuidit DB, in F, vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad numerum parabolæ. V. g. in triangulo vt 1, ad 1. In parabola quadratica vt 1, ad 2. In cubica vt 1, ad 3. Et sic in infinitum. In triangulo enim, patet ex dictis. In alijs sic parebit. Quum etenim sit EB, ad BF, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem; erit componendo, EF, ad FB, vt numerus parabolæ ad vnitatem. Sed FD, est æqualis EF. Quare patet propositum.

PROPOSITIO LV.

Maximum triangulum inscriptibile in figura constante ex duabus quibus unque semiparabolis, sic dispositis, vt semibasis euadat diameter, est æquale maximo inscripto in parabola.

Mente intelligamus semiparabolam ABD, duplicari ad partes AD. Dico maximum triangulum

gulum inscriptibile in tali figura, esse æquale triangulo GDH . Hoc ostendetur in semiparabola, quod enim probabitur de dimidia, patebit etiam de tota. Sit ergo GDH , maximum triangulum inscriptibile in parabola, & ducatur GQ , BD , diametro parallela: patet triangulum GQD , esse æquale triangulo GDF ; & eius duplum, ipsi GDH . Dico triangulum GQD , esse maximum &c. Etenim, cum ED , sit dupla DF , seu GQ , etiam Dk , erit dupla DQ . Ergo triangulum DQG , erit maximum inscriptibile intra triangulum kED . Si ergo GQD , non est maximum inscriptibile etiam in semiparabola, sit aliud, cuius basis producta usque ad E , secet ipsam, & curuam parabolicam infra, vel supra GQ , ut supra dictum est de MN . Ergo triangulum cuius basis secans kE , erit minus triangulo GQD . Ergo triangulum cuius basis pertingens tantum ad curuam parabolicam, erit multo minus triangulo GQD . Quare patet propositum.

PROPOSITIO LVI.

Si AB , sit taliter secta in C , & D , ut AC , sit tertia pars AB . Erit CD , duo tertia AD , minus tertia parte DB .

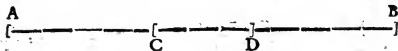
Cum



CUm enim AC, sit tertia pars AB; ergo CB, erit duo tertia AB; nempe duo tertia AD, cum duobus tertijs DB. Ergo CD, erit duo tertia AD, minus tertia parte DB. Quod &c.

PROPOSITIO LVII.

Datam AD, taliter producere in B, ut BD, sit ad excessum DA, supra tertiam partem AB, in data proportione.



Data proportio sit, quam habet AD, ad H; & fiat ut tripla H, cum AD, ad AD, ita dupla AD, ad DB. Patet BD, minorem esse dupla AD. Quare si fiat AC, tertia pars AB, punctum C, cadet inter A, D. Sit ergo AC, tertia pars AB.

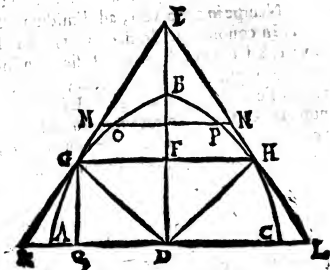
Quoniam ut tripla H, cum AD, ad AD, sic dupla AD, ad DB; ergo diuidendo ut tripla H,
ad

ad AD , ità dupla AD , minus DB , ad DB . Et antecedentium subtripla. Ergo ut H , ad AD , ita duo tertia AD , minus tertia parte DB , ad DB . Sed ex propoſit. anteced. CD , eſt duo tertia AD , minus tertia parte DB . Ergo ut H , ad AD , ſic CD , ad DB . Et conuertendo, ut AD , ad H , ſic BD , ad DC , exceſſum DA , ſupra AC , tertiam partem AB . Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LVIII.

Si diameter cuiuslibet infinitorum conoideorum ſic producat, ut pars exterior producta ſit ad exceſſum diametri ſupra tertiam partem compoſitæ ex diametro, & ex producta, ut numerus parabole unitate minutus ad unitatem. Conus inſcriptus in conoide, cuius diameter ſit tertia pars illius compoſitæ, erit maximus omnium inſcriptibilium in conoide.

D B , diameter conoidis cuiuſcunque ABC , ſic producat in E , ut EB , ſit ad BF , exceſſum BD , ſupra DF , tertiam partem DE , ut numerus parabole unitate minutus, ad unitatem, & intelligamus conum GDH , cuius diameter FD . Dico hunc eſſe omnium maximum inſcriptibilium in conoide. Duſtis enim tangentibus EGK , EHL , intelligamus conum kEL , circumſcriptus conoidi. Et ſi conus GDH , non eſt omnium maximus, ſit alius cuius baſis OP , infrà, vel ſupra GH , quæ
pro-



producatur in MN. Ergo ex proposit. 52. conus MDN, cuius basis MN, erit minor cono GDH. Ergo conus cuius basis OP, erit multo minor cono GDH. Patet ergo propositum.

SCHOLIUM.

Sicuti ergo supra diximus regulam generalem assignatam in parabolis, habere locum etiam in prima parabola, sic nunc animaduertimus præsentem generalem regulam habere locum etiam in primo conoide, nempe in cono. Hoc autem facile quilibet cognoscet.

Bb Sicuti-

Sicuri facile agnosceret DB, taliter secari in F, ut BF, sit ad FD, ut vnitas ad dimidium numeri conoidis. Nempe in cono vt 1, ad dimidium, seu vt 2. ad 1. In conoide quadratico, vt 1, ad 1. In cubico vt 1, ad 1, cum dimidio, & sic in infinitum. In conores supra patuit in proposit. 52. In alijs conoidibus sic patebit. Nam cum EB, sit ad BF, ut numerus conoidis vnitate minus ad vnitatem, erit componendo, EF, ad FB, ut numerus conoidis ad vnitatem. Cum autem DF, sit dimidium FE, patet conuertendo, propositum.

PROPOSITIO LIX.

Si AB, taliter secetur in C, & D, ut AC, sit duo tertia AB. CD, erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB.

CUm enim AC, sit duo tertia AB, ergo CD, erit tertia pars AB; nempe tertia pars AD, plus tertia parte DB. Quare CD, sola erit tertia pars AD, minus duobus tertijs DB. Quod &c.

PROPOSITIO LX.

Datam AD, taliter producere in B, ut BD, sit ad excessum DA, supra duo tertia AB, in data proportionem.

Iti-



Idem ratio data sit quam habet AD , ad H ; & fiat ut tripla H , cum dupla AD , ad AD , ita AD , ad DB . Patet BD , minorem esse subdupla AD ; & consequenter tertiam partem totius AB . Quare AD , est maior duobus tertijs AB , quę sit AC . Dico AD , esse sic productam in B , ut BD , sit ad DC , excessum AD , supra AC , duo tertia AB , ut AD , ad H . Quoniam enim factum est ut tripla H , cum dupla AD , ad AD , ita AD , ad DB ; ergo & duobus vicibus diuidendo, erit tripla H , ad AD , ut AD , minus dupla DB , ad DB . Et antecedentium subtripla, nempe ut H , ad AD , ita tertia pars AD , minus duobus tertijs BD , ad BD . Et conuertendo, ut AD , ad H , sic BD , ad tertiam partem AD , minus duobus tertijs DB ; nempe ex prop. ant. ad DC . Quod erat faciendum.

PROPOSITIO LXI.

Si diameter cuiuscunque parabola sic producat ut pars exterior producta, sit ad excessum diametri supra duo ter-

Bb 2 tia

ita composita ex diametro, & ex producta, ut numerus parabolæ unitate minutus, ad unitatem. Conus cuius radius basis sit æqualis duobus tertijs prædictæ compositæ, erit maximus omnium inscriptibilium in semisuso ex semiparabolâ.

Diameter DB, in schem. antec. parabolæ cuiuscunque sic producatur in E, ut EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, duo tertia D E; ut numerus parabolæ unitate minutus ad unitatem, & fiat triangulum GQD, ut GQ, sit æqualis FD; intelligamusque semiparabolam ABD, cum triangulo QGD, rotari circa AD. Dico conum ex QGD, esse maximum omnium inscriptibilium in semisuso. Intelligatur tangens EGK, & conus ex triangulo kED, circa kD. Quoniam EF, est tertia pars ED, nempe GE, est tertia pars EK, ergo & QD, erit tertia pars Dk. Ergo conus ex triangulo QGD, erit ex proposit. 52. maximus omnium inscriptibilium in cono ex triangulo kED; reuolutis ambobus circa kD. Si autem conus non sit maximus, sit alius, si est possibile, & deducetur ad absurdum ut factum est prius. Quare ex dictis, patebit propositum.

SCHOLIUM.

Nec etiam in præsentī excluditur à regula generalis primus semisusus, nempe conus, ut consideranti patebit.

Sed

Sed notetur, in semifusis, BD , secari in F , aliqua continuata serie, nempe sic ut BF , sit ad FD , ut vnitas ad duplum numerum fusi. Nempe in primo ut 1, ad 2. In secundo ut 1, ad 4. In tertio ut 1, ad 6. & sic in infinitum. Quod enim in primo semifuso, nempe in cono sit ut 1, ad 2, patet ex dictis. In alijs sic patebit. Nam cum sit EF , ad FB , componendo, ut numerus parabolæ ad vnitatem, erit conuertendo FB , ad FE , ut vnitas ad numerum parabolæ. Et ad DF , duplam FE , ut vnitas ad duplum numerum parabolæ, seu semifusi.

PROPOSITIO LXII.

Minimum triangulum circumscriptum cuilibet infinitarum parabolarum, est illud cuius latera tangunt basin maximum triangulum in parabola inscripti.

Esto semiparabola quælibet ABC , cuius diameter BC , & in ipsa sit inscriptum maximum triangulum ECF (quod enim dicetur de dimidia intelligetur etiam de tota) sitque ei circumscriptum triangulum $GEIC$. Dico hoc esse minimum omnium circumscriptibilium semiparabolæ. Si non, sit minimum $HOIC$, & per punctum E , ducatur LEM , parallela KH . Patet manifestè triangulum LMC , minus esse triangulo $KOHC$, cum LM , secet; KH , vero tangat parabolam. Quoniam autem ex superioribus, triangulum EFC , est maximum

Non ergo KHC , est minimum, sed IGC .¹⁹⁹ Quod
&c.

SCHOLIUM.

Cum autem in proposit. 54. assignatus sit modus reperiendi triangulum maximum $EF C$, fuit consequenter expositus etiam modus reperiendi triangulum minimum GIC .

Insuper notetur, triangulum minimum circumscriptum parabolæ, æquale esse triangulo minimo circumscripto figuræ constante ex duabus semiparabolis supra expositis. Triangulum enim GIC , duplicatum ad partes GC , est æquale eidem GIC , duplicato ad partes IC . —

PROPOSITIO LXIII.

Conus minimus circumscriptus cuilibet infinitorum conoideorum vel semisusorum parabolicorum, est ille, qui tangit basim maximi coni in illis solidis inscripti.

SEd supponamus conum ex triangulo $EF C$, esse maximum inscriptibilem intra conoides ex semiparabola ABC , circa BC , & conum ex triangulo GIC , tangere basim coni inscripti. Dico conum ex triangulo GIC , esse minimum circumscriptibilem conoidi. Si non, sit minimus ille, qui oritur ex triangulo HkC , & ducta LEM , parallela kH , intelligamus

gamus conum ex triangulo LMC , qui utique erit minor cono ex triangulo KHC . Conus ergo ex triangulo ECF , cum sit maximus inscriptus in conoide, erit ex dictis, maximus inscriptus in cono ex triangulo IGC . Non ergo erit maximus inscriptus in cono ex triangulo LMC . Ergo conus ex triangulo ECF , erit ad conum ex triangulo IGC , in maiori ratione quam ad conum ex triangulo LCM . Ergo in multo maiori quam ad conum ex triangulo HkC . Non ergo erit minimus conus ex triangulo kHC , sed ille ex triangulo IGC .

Pariter si conus ex triangulo ENC , sit maximus inscriptus in semifuso ex semiparabola ABC , reuoluta circa AC , conus ex triangulo IGC , circa IC , erit minimus circumscriptus semifuso; quod, ut patet, probabitur eodem modo. Quare patet propositum.

SCHOLIUM

Cum ergo in propositionibus 58, & 61, assignauerimus conos maximos inscriptos in conoidibus, & in semifusis, pariter explicauimus vnica vice, conos etiam minimos prædictis solidis circumscriptos. Notandum tamen diuersos esse conos minimos his solidis circumscriptos; nam in cono circumscripto conoidi, CF , est tertia pars GC ; in cono vero circumscripto semifuso, CF , est duæ tertiæ partes GC . Quæ omnia cum sint manifestissima ex supra dictis, ideo

ideo circa ipsa nequaquam immoramur. Solum animaduertendum est, quod cum supra in scholijs proposit. 51, & 52, ostensum sit idem esse centrum grauitatis maximi trianguli inscripti in triangulo, & ipsius trianguli; item maximi coni in cono inscripti, & ipsius coni; patet consequenter idem esse centrum grauitatis maximi trianguli inscripti in parabola, & minimi circumscripti: item idem esse centrum grauitatis maximi coni inscripti in quolibet conoide, & in quolibet semisuso parabolico, & minimorum conorum ipsis circumscriptorum.

PROPOSITIO LXIV.

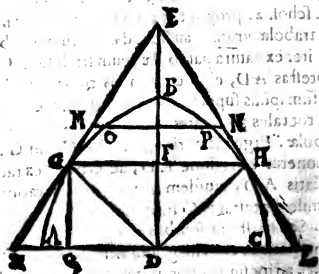
Qualibet parabola est ad maximum triangulum sibi inscriptum, ut pars semibasis parabola, quæ se habeat ad semibasim ut binarium ad numerum parabola unitate auctum, ad ultimam proportionalem proportionis semibasis parabola, ad semibasim trianguli, continuatæ in tot terminos, ut numerus eorum excedat numerum parabola binario.

ESto quælibet parabola ABC , sitque maximum triangulum in ea inscriptum $G D H$, ut supra dictum est. Dico parabolam esse ad triangulum $G D H$, ut talis pars $A D$, quæ se habeat ad $A D$, ut binarium ad numerum parabola unitate auctum, ad ultimum terminum proportionis $A D$, ad $G F$, continuatæ in tot terminos, ut numerus eorum exce-

Cc dat

GDH, habet rationem compositam ex rationibus **AD**, ad **GF**, & **BD**, ad **DF**. Sed **BD**, ad **DF**, est ex schol. 2. proposit. 54. componendo, ut numerus parabolæ unitate auctus ad numerum parabolæ, & pariter ex natura parabolæ, cum sit **BD**, ad **DF**, ut potestas **AD**, eiusdem gradus cum parabola, ad excessum ipsius supra similem potestatem **GF**, nempe ad tot tales potestates **GF**, quotus est numerus parabolæ. Ergo ratio trianguli **ABC**, ad **GDH**, componetur ex ratione **AD**, ad **GF**, & ex ratione potestatis **AD**, eiusdem gradus cum parabola ad tot similes potestates **GF**, quotus est numerus parabolæ. Sed ex istis rationibus componitur quoque ratio potestatis **AD**, vno gradu altioris potestate parabolæ, ad tot similes potestates **GF**, quotus est numerus parabolæ. Ergo triangulum **ABC**, erit ad triangulum **GDH**, ut illa potestas **AD**, ad illas potestates **GF**. Sed ut potestas **AD**, ad vnam potestatem **GF**, sic **DA**, ad **AQ**: ergo & ut potestas dicta **AD**, ad omnes illas potestates **GF**, sic **DA**, ad tot **AQ**. Erit ergo triangulum **ABC**, ad triangulum **GDH**, ut **DA**, ad tot **AQ**, quotus est numerus parabolæ. Quoniam vero ex proposit. 1. lib. prim. est conuertendo, parabola **ABC**, ad parallelogrammum sibi circumscriptum ut numerus parabolæ ad numerum parabolæ unitate auctum, nempe ut duplus numerus parabolæ, ad duplum numerum binario auctum; ergo parabola **ABC**, erit ad triangulum **ABC**, dimidium parallelogrammi

Cc .2 sibi



sibi circumscripti ut duplus numerus parabolę ad numerum parabolę unitate auctum; nempe ut magnitudo, quę se habeat ad AD , ut duplus numerus parabolę, ad numerum parabolę unitate auctum, ad AD . Quare ex equali, erit parabola ABC , ad triangulum GDH , ut dicta magnitudo, quę ad AD , se habeat ut duplus numerus parabolę ad numerum parabolę unitate auctum, ad tot AQ , quotus est numerus parabolę. Cum verò antecedens huius proportionis contineat duplum numerum parabolę, & consequens numerum parabolę; sequitur antecedens diuidi in tot binaria, in quot unitates diuiditur consequens: vnde erit ut prædictum antecedens ad prædictum

dictum consequens, sic vnum binarium antecedentis, ad vnitatem consequentis. Erit ergo vt duæ partes illius magnitudinis diuisæ in tot partes quotus est numerus parabolæ duplus, & consequenter ipsius AD, diuisæ in tot partes quotus est numerus parabolæ vnitatis auctus, ad AQ. Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM.

Cum autem in propoſit. 55, viſum ſit, triangulum GQD, eſſe dimidium trianguli maximi inſcripti in figura conſtante ex duabus ſemiparabolis; ſequitur hoc eſſe ad triangulum maximum ſibi inſcriptum in ſupra dicta ratione, continuata ratione AD, ad DQ, diametrum trianguli æqualem GF, vt dictum eſt. Pariſer cum minima triangula circumſcripta tam infinitis parabolis, quam infinitis figuris conſtantibus ex duabus ſemiparabolis, ſint quadrupla maximorum triangulorum in ipsis inſcriptorum; ſequitur prædictas figuras eſſe ad minima triangula circumſcripta, vt idem antecedens ad quadruplum conſequentis: vel vt quarta pars antecedentis ad idem conſequens.

PROPOSITIO LXV.

Quodlibet conoides parabolicum eſt ad maximum contin. ſibi inſcriptum, vt pars radij baſis conoidis, qua ſe habeat ad totum radium vt vnitatis ad numerum conoidis binario auctum,

auctum, ad sextam partem ultima proportionalis proportionis dicti radij ad radium basis cont. continuata in tot terminos ut numerus eorum excedat numerum conoidis ternario.

Sed supponamus ABC , esse conoides parabolium, & DGH , maximum conum illi inscriptum, &c. & ratio AD , ad GF , continuetur in tot terminos ut numerus excedat numerum conoidis ternario, sitque ultimus terminus AQ . Dico conoides ad conum esse ut pars AD , quæ se habeat ad dictam AD , ut vnitas ad numerum conoidis binario auctum, ad sextam partem AQ . V. g. in primo conoide, nempe in cono, ut tertia pars AD , ad sextam partem AQ , quartæ proportionalis. In secundo, ut quarta pars AD , ad sextam partem AQ , quintæ proportionalis. In cubico, ut quinta pars AD , ad sextam partem AQ , sextæ. Et sic in infinitum.

In cono, patet. Quia si ABC , est conus, BF , est dupla FD . Cumque pateat ex propof. 52, ABC , esse ad GDH , ut cubus DB , ad factum sub quadrato BF , in FD , nempe in medietatem BF ; nempe ad medietatem cubi BF ; & cum sit ut cubus DB , ad medietatem cubi BF , sic cubus AD , ad medietatem cubi GF ; nempe tertia pars cubi AD , ad sextam partem cubi GF : & pariter cum sit ut cubus AD , ad cubum GF , sic AD , ad AQ , & ut tertia pars cubi AD , ad sextam partem cubi GF ,
sic

sic tertia pars AD , ad sextam partem AQ ; ergo patet propositum.

In alijs vero conoidibus, mente intelligamus conum ABC , inscriptum in conoide: ergo conus ABC , ad conum GDH , habet rationem compositam ex ratione quadrati AD , ad quadratum GF , & ex ratione BD , ad DF . Sed ex natura conoidis, BD , ad DF , est ut potestas AD , eiusdem gradus cum conoide, ad excessum eiusdem supra similem potestatem GF ; & pariter ex schol. proposit. 58, componendo, est BD , ad DF , ut dimidium numeri conoidis unitate auctum ad dimidium numeri conoidis; nempe ut numerus conoidis binario auctus, ad numerum conoidis; unde excessus prædictæ potestatis AD , supra similem potestatem GF , continet tot partes prædictæ potestatis AD , diuisæ in tot partes quotus est numerus conoidis binario auctus, quotus est numerus conoidis; nempe tot medietates similis potestatis GF , quotus est numerus conoidis. Ergo proportio coni ABC , ad conum GDH , componetur ex ratione quadrati AD , ad quadratum GF , & ex ratione potestatis AD , ad tot medietates similis potestatis GF , quotus est numerus conoidis. Ergo conus ABC , erit ad conum GDH , ut potestas AD , duplici gradu altior potestate conoidis, ad factum sub quadrato GF , & sub prædictis medietatibus potestatis GF ; nempe ad tot medietates similis potestatis GF , quotus est numerus conoidis; nempe ut AD , ad tot medietates

tes AQ , quotus est numerus conoidis. Ast cum ex
 proposit. 15, lib. 3. sit conuertendo, conoides ABC ,
 ad cylindrum sibi circumscriptum vt numerus con-
 oidis ad numerum conoidis binario auctum; nempe
 vt triplus numerus conoidis, ad triplum numerum
 conoidis senario auctum: erit idem conoides ad co-
 num $AB C$, tertiam partem talis cylindri, vt tri-
 plus numerus conoidis, ad numerum conoidis bina-
 rio auctum: nempe vt tot partes AD , diuise in tot
 partes quotus est numerus conoidis binario auctus,
 quotus est triplus numerus conoidis, ad AD . Ergo
 ex æquali, erit conoides ABC , ad conum $G D H$,
 vt prædictæ partes AD , quotus est triplus numerus
 conoidis, ad tot medietates AQ , quotus est nume-
 rus conoidis. Et diuisis vtrisque terminis per 3, erit
 conoides ABC , ad conum $G D H$, vt tres partes
 AD , diuise prædicto modo, ad dimidiam AQ . Et
 subtriplando hos terminos, vt vnica talium partium
 AD , ad sextam partem AQ . Quod erat ostenden-
 dum.

SCHOLIUM.

Cum ex supra dictis, constet, minimum conum
 $k E L$, conoidi circumscriptum, esse maximum cir-
 cumscriptum cono $G D H$; & cum ex schol. prop.
 52, constet conum $G D H$, esse ad conum $k E L$, vt
 4, ad 27, sequitur conoides esse ad conum $K E L$, vt
 prædicta pars AD , ad AQ , cum eius octaua parte.

PRO-

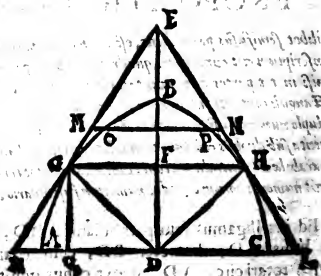
PROPOSITIO LXVI.

*Quilibet semifusus parabolicus, est ad maximum conum sibi inscriptum ut unica pars quadrati semibasis parabole diuisi in tot partes quot unitates continet tertia pars re-
ctanguli contenti sub numero fusi unitate aucto, & sub
duplo numero fusi unitate aucto, ad duo rectangula con-
tenta sub duobus vltimis terminis proportionis basis semi-
parabole ad altitudinem cont, continuata in tot terminos,
ut numerus eorum excedat numerum fusi binario.*

Sed intelligamus semiparabolam ABD , cuius
basis AD , diameter BD , cum triangulo
 GQD , rotari circa AD , adeo ut conus genitus sit
maximus in semifuso inscriptus: & ratio AD , ad
 DQ , sit continuata ad tot terminos, ut numerus co-
rum excedat numerum fusi binario; sintque
duo vltimi minimi termini QA , Ak . Dico semi-
fusus ex BAD , esse ad conum ex GQD , ut vnica
pars quadrati AD , diuisi in tot partes quot vnita-
tes continet tertia pars reſtanguli sub numero fusi
vnitate aucto, & sub duplo numero fusi vnitate au-
cto, ad duo reſtangula QAk . V. g. in primo semi-
fuso, ut dimidium quadrati AD , ad illa duo reſtan-
gula. In ſecundo, ut quinta pars quadrati AD . In
tertio ut vnica pars quadrati AD , diuisi in 9, cum
tertia parte vnus. Et ſic diſcurſendo.

Quod enim in cono ſic res ſe habeat, patet. Quia

Dd in



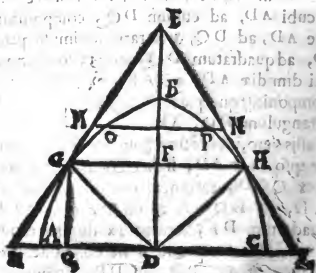
In ipso ratio AD , ad DQ , continuanda est tantum ad tertium terminum; hic sit kA ; unde duo ultimi minimi termini sunt DQ , kA . Ergo est probandum conum ex $BA D$, esse ad conum ex GDQ , ut dimidium quadrati AD , ad duo rectangula DQ , KA . Cum enim in tali casu, sit AQ , dupla QD , erit conus ad conum ut cubus AD , ad 4 cubos QD ; nempe ut dimidium cubi AD , ad duos cubos DQ . Sed ut dimidium cubi AD , ad duos cubos QD , sic dimidium quadrati AD , ad duo rectangula DQ , Ak . Quare patet propositum.

Quod vero ut dimidium cubi ad duos cubos, sic dimidium quadrati ad duo rectangula, est manifestum;

stum; quia rationes antecedentium ad consequentia componuntur ex ijsdem rationibus. Ratio enim dimidij cubi AD , ad cubum DQ , componitur ex ratione AD , ad DQ , & ex ratione dimidij quadrati AD , ad quadratum DQ , quæ ratio est æqualis rationi dimidiæ AD ad AK , ex quibus rationibus componitur quoque ratio dimidij quadrati AD , ad rectangulum DQ , AK .

In alijs vero, intellecto triangulo BAD , reuolutoque ipso circa AD , habet conus ex ipso ad conum ex QGD , rationem compositam ex ratione AD , ad DQ , & ex ratione quadrati BD , ad quadratum DF , nempe ex duplici ratione BD , ad DF . Cum autem sit componendo, ex schol. proposit. 61, BD , ad DF , ut duplus numerus fusi unitate auctus ad duplum numerum fusi; & cum pariter sit BD , ad DF , ut potestas AD , eiusdem gradus cum fuso ad excessum ipsius supra similem potestatem GF , nempe ad tot similes potestates GF , quotus est duplus numerus fusi. Ergo proportio coni ex triangulo BAD , ad conum ex triangulo QGD , componetur ex ratione AD , ad DQ , & ex ratione potestatis AD , ad tot similes potestates GF , seu QD , quotus est duplus numerus fusi, & ex ratione BD , ad DF . Sed ex rationibus AD , ad DQ , & potestatis dictæ AD , ad dictas potestates QD , componitur ratio potestatum vnius gradus altioris. Ergo ratio coni ad conum componetur ex ratione potestatis AD , vno

Dd 2 gra.



gradu altioris potestate fusi ad tot similes potestates
 DQ, quoruscumque est duplus numerus fusi, & ex ratione
 BD, ad DF. Sed cum sit ut potestas AD, vno
 gradu altior potestate fusi ad similem potestatem
 DQ, sic DA, ad Ak, unde & ut potestas AD, ad
 tot potestates DQ, quoruscumque est duplus numerus fusi
 sic DA, ad tot numero Ak. Ergo ratio coni ex
 triangulo BAD, ad conam ex triangulo GQD,
 componetur ex ratione AD, ad tot Ak, quoruscumque
 est duplus numerus fusi, & ex ratione BD, ad DF.
 Rursum BD, ad DF, patuit supra, esse ut potestas
 AD, eiusdem gradus cum fuso ad tot similes potesta-
 tes QD, quoruscumque est duplus numerus fusi; & ut talis
 pote-

potestas ad tales potestates sic, DA , ad tot numero
 AQ . Ergo ratio coni ad conum componetur ex ra-
 tionibus AD , ad tot AK , & eiusdem AD , ad
 tot QA , quotus est duplus numerus fusi: nimirum
 erit conus ad conum vt quadratum AD , ad rectan-
 gulum sub illis tot KA , & AQ , quotus est duplus
 numerus fusi. Ast quoniam ex proposit. 16, lib. 2. est
 conuertendo, semifusus ex semiparabola BAD , ad
 cylindrum sibi circumscriptum, vt quadratū numeri
 parabolę ad rectangulū sub dimidio numeri parabolę
 vnitae aucti, & sub duplo numero parabolę vnitae
 aucto; vel vt duplum ad duplum; nempe vt duplum
 quadratum numeri parabolę ad rectangulum sub nu-
 mero vnitae aucto, & sub duplo numero vnitae au-
 cto, vnde est semifusus ad tertiam partem cylindri,
 nempe ad conum ex triangulo BAD , vt antece-
 dens, ad tertiam partem consequentis; & vt antece-
 dens ad tertiam partem consequentis, sic tot partes
 quot vnitates continet duplum quadratum numeri
 fusi: (hoc est rectangulum sub numero, & sub duplo
 numero) quadrati AD , diuisi in tot partes quot vni-
 tates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi
 vnitae aucto, & sub duplo numero vnitae aucto, ad
 quadratum AD . Ergo ex æquali, erit semifusus ad
 conum ex GQD , vt tot partes quadrati AD , diuisi
 vt dictum est, quot vnitates continet rectangulum
 sub numero fusi, & sub duplo numero, ad tot rectan-
 gula sub tot KA , & sub tot AQ , quotus est du-
 plus numerus fusi. Cum vero numerus antecedentis;
 nempe

nempe partium quadrati AD , sit numerus ortus ex numero fusi, & ex duplo numero; & numerus rectangulorum ex kA , AQ , sit numerus ortus ex duplo numero, & ex duplo numero; sequitur primum numerum, nempe quadratorum, esse dimidium numeri secundi, nempe rectangulorum KAQ . Quare quot vnitates continet numerus quadratorum, tot binaria continet numerus rectangulorum. Erit ergo vt omnia illa quadrata ad omnia rectangula, sic vnicum quadratum ad vnicum rectangulum. Erit ergo semifusus ad conum ex GQD , maximum sibi inscriptum vt vnica pars quadrati AD , diuisi in tot partes quot vnitates continet tertia pars rectanguli sub numero fusi vnitatem aucto, & sub duplo numero vnitatem aucto, ad duo rectangula QAK . Quod erat ostendendum.

SCHOLIUM.

Cum ergo conus minimus circumscriptus semifuso sit ad maximum inscriptum vt 27, ad 4; sequitur semifusum esse ad ipsum, vt prædictum antecedens ad 13, rectangula QAK , cum dimidio.

Hæc ergo sunt benigne lector, quæ pro tertia hac vice determinauimus tibi communicare. Impressio nostri operis de Infinitis Parabolis absoluta fuit die quarta præteriti Mensis Iulij. Compositio Miscellanei præsentis terminata fuit die 26. Augusti. Hæc tibi exponimus vt habeas vnde colligas fauorabiles excu-